

Exercice 1

1 a) $\Delta = (\sqrt{5})^2$ $S = \left\{ \frac{-1+\sqrt{5}}{2}; \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \right\}$

b) $x^2 + x + 2 = 0$

$\Delta = -7 < 0$

$S = \emptyset$

$2x^2 + 5x - 3 = 0$

$S = \left\{ -3; \frac{1}{2} \right\}$

$\Delta = 49 = (7)^2$

Finalment: $S = \left\{ -3; \frac{1}{2} \right\}$

2) a) $-x^2 - 2x + 3 = 0$
 $S = \left\{ -3; 1 \right\}$

$x^2 - x - 6 = 0$

$S = \left\{ -2; 3 \right\}$

x	$-\infty$	-3	-2	1	3	$+\infty$			
$-x^2-2x+3$	-	0	+	+	0	-			
x^2-x-6	+	+	0	-	-	0	+		
$\frac{-x^2-2x+3}{x^2-x-6}$	-	0	+		-	0	+		-

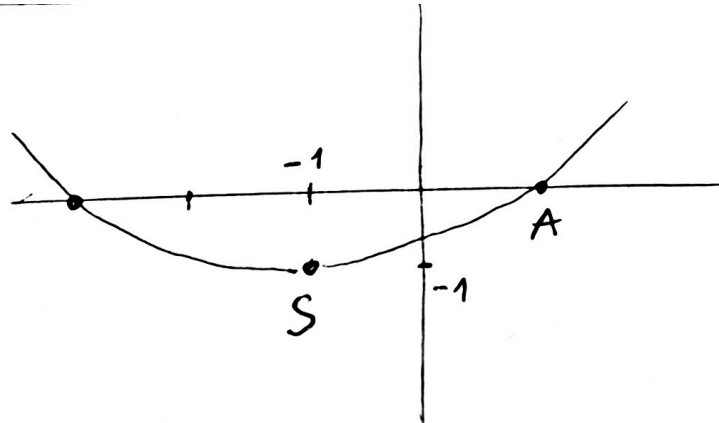
$S =]-\infty; -3] \cup]-2; 1] \cup]3; +\infty[$

b) $-x(x^2 - 1) = -x(x+1)(x-1)$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$-x$	+		+	0	-	-	
$(x+1)$	-	0	+		+	+	
$(x-1)$	-		-		-	0	+
$x - x^3$	+	0	-	0	+	0	-

$S =]-\infty; -1[\cup]0; 1[$

Exercice 2



1) D'après la symétrie de la parabole, la courbe passe par le point $C(-3; 0)$

Donc on a : $f(x) = a(x+3)(x-1)$

Pour déterminer le coefficient a , on peut utiliser le point $B(3; 3)$

$$f(3) = 3 \Leftrightarrow a(3+3)(3-1) = 3 \Leftrightarrow 12a = 3 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$$

Finalement $f(x) = \frac{1}{4}(x+3)(x-1)$

2) En développant l'expression qui précède, on obtient :

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$

Exercice 3

$$\begin{aligned} 1) f(x) &= 5\left(x^2 - x + \frac{2}{5}\right) \\ &= 5\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \frac{2}{5}\right] \\ &= 5\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{20}\right] \\ &= 5\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

2) Soit S le sommet
 $S\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$

3)

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
f		$\frac{3}{4}$	

4) On peut affirmer que $\Delta < 0$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \geq \frac{3}{4} \text{ donc } f(x) > 0$$

La courbe ne va donc jamais couper l'axe des abscisses.

Exercice 4

$$\begin{aligned} 1) \Delta(m) &= (m+1)^2 - 4(2-m) \\ &= m^2 + 2m + 1 - 8 + 4m \\ &= m^2 + 6m - 7 \\ &= (m-1)(m+7) \end{aligned}$$

1 est solution évidente

m	$-\infty$	-7	1	$+\infty$	
$\Delta(m)$	$+$	$\emptyset$	$-$	$\emptyset$	$+$

2) D'après le tableau de signe, l'équation $f(x) = 0$ a une unique solution quand le discriminant est nul, c'est à dire si $m \in \{-7; 1\}$

3) $\Delta < 0$ signifie que la parabole coupe deux fois l'axe des abscisses car $a > 0$. Autrement dit, cela correspond à un discriminant strictement positif

$$\text{donc } m \in]-\infty; -7[\cup]1; +\infty[$$

Exercice 5

1) $R(x) = 14x$

2) a) $B(x) = R(x) - C(x)$

$$B(x) = 14x - (0,1x^2 + 0,7x + 100)$$

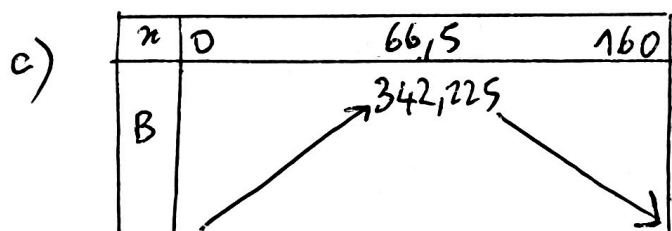
$$B(x) = -0,1x^2 + 13,3x - 100$$

b) $\Delta = 136,89 > 0$

$$x_1 = 8 \quad x_2 = 125$$

Pour un bénéfice positif il faut fabriquer entre 8 et 125 kg de confiture

x	0	8	125	160	
$B(x)$	-	$\emptyset$	+	$\emptyset$	-



le bénéfice max est atteint en vendant 66,5 kg de confiture
le bénéfice max est de 342,225 €.