

Exercice 1 (5 points)

Dans un jeu de grattage, le joueur paie 2€ pour un ticket.

Après grattage du ticket, le joueur peut :

- . ne rien gagner
- . gagner 2€
- . gagner 10€
- . gagner 100€

Soit Z le résultat affiché sur le ticket. On a les probabilités suivantes :

$$P(Z = 10) = 10P(Z = 100)$$

$$P(Z = 2) = 3P(Z = 10)$$

$$P(Z = 0) = 5P(Z = 10)$$

Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur (celui-ci peut être négatif)

- 1) Donner la loi de probabilité de X .
- 2) Calculer l'espérance $E(X)$
- 3) Calculer la variance $V(X)$

Exercice 2 (6 points). Des étudiants sont inscrits en L1 dans une université. À l'approche des examens, un stage de révision est organisé. L'expérience montre que $\frac{3}{4}$ des étudiants ayant suivi le stage de révision réussissent leurs examens et $\frac{1}{3}$ des étudiants n'ayant pas suivi le stage ne réussissent pas leurs examens. On sait de plus que 20% des étudiants de L1 suivent le stage de révision.

On choisit un étudiant au hasard et on considère les événements :

A : « l'étudiant a suivi le stage de révision » et B : « l'étudiant a réussi ses examens ».

1. Construire un arbre de probabilité traduisant la situation étudiée.
2. Si l'étudiant choisi a suivi le stage, quelle est la probabilité qu'il n'ait pas réussi ses examens ?
3. Quelle est la probabilité que l'étudiant choisi ait suivi le stage et réussi ses examens ?
4. Montrer que la probabilité que l'étudiant choisi ait réussi ses examens est $\frac{41}{60}$.
5. Sachant que l'étudiant choisi a réussi ses examens, quelle est la probabilité qu'il ait suivi le stage ? On donnera la valeur exacte sous forme de fractions irréductibles puis une valeur arrondie à 10^{-2} près.
6. (Bonus) L'université trouve que les résultats aux examens de L1 sont trop faibles et aimerait inciter plus d'étudiants à s'inscrire au stage de révision afin qu'au moins 70% des étudiants de L1 réussissent leurs examens. Sachant qu'il y a 300 étudiants inscrits en L1, combien de places faudra-t-il prévoir au minimum lors du stage pour espérer atteindre cet objectif ?

Exercice 3 (4 points)

Un club de tennis comporte 500 adhérents : 300 hommes et 200 femmes.

Le tennis en compétition est pratiqué par 90 hommes et 60 femmes.

Les autres adhérents pratiquent ce sport uniquement pour le loisir.

On choisit au hasard un adhérent. On note H : "l'adhérent est un homme" et C : "l'adhérent pratique la compétition".

- 1) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
- 2) Calculer la probabilité que l'adhérent soit une femme qui pratique la compétition.
- 3) Calculer $P(C)$
- 4) Calculer la probabilité que l'adhérent, soit un homme sachant qu'il pratique la compétition.
- 5) Les événements C et H sont-ils indépendants?

Exercice 4 (5 points)

On dispose de deux urnes U_1 et U_2 indiscernables au toucher.

L'urne U_1 contient 12 boules blanches et 3 boules noires.

L'urne U_2 contient 2 boules blanches et une boule noire.

On tire au hasard une boule de U_1 et on la place dans U_2 .

On tire ensuite au hasard une boule dans U_2 .

L'ensemble de ces opérations constitue une épreuve.

Soit les événements :

B_1 : "on a tiré une boule blanche dans l'urne U_1 "

B_2 : "on a tiré une boule blanche dans l'urne U_2 "

- A) 1) Faire un arbre de probabilité.
2) Calculer la probabilité de B_2 .
3) La boule tirée dans U_2 est blanche. Quelle est la probabilité d'avoir tiré une boule blanche dans U_1 ?
- B) Un joueur mise 8 et effectue une épreuve. Si, à la fin de l'épreuve, le joueur tire une boule blanche de la deuxième urne, le joueur reçoit 12. Sinon, il ne reçoit rien et perd sa mise.
Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur, c'est à dire la différence entre la somme reçue et la mise.
- a) Quelles sont les valeurs possibles pour X ?
 - b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
 - c) Calculer l'espérance mathématique de X .
 - d) Le jeu est-il favorable au joueur?