Exercice 1

g_i	0	2	10	100
p_i	50α	30α	10α	α

On obtient

$91\alpha = 1$

$\Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{91}$

1) $X(\Omega) = \{-2 ; 0 ; 8 ; 98\}$

Loi de X

x_i	-2	0	8	98
p_i	$\frac{50}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{10}{91}$	$\frac{1}{91}$

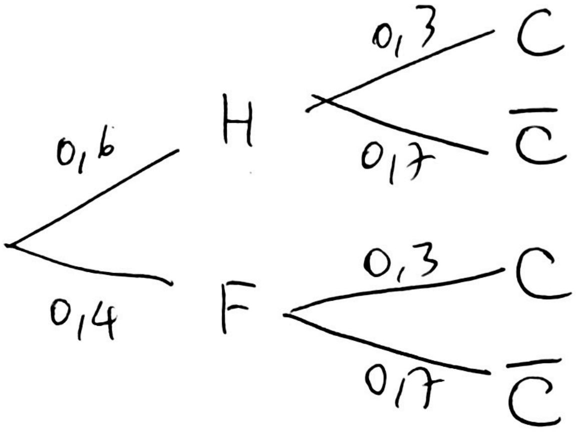
2) $E(X) = -2 \times \frac{50}{91} + 8 \times \frac{10}{91} + 98 \times \frac{1}{91} = \frac{78}{91} \simeq 0{,}86$

3) $V(X) = \frac{50}{91}\left(-2 - \frac{78}{91}\right)^2 + \cdots + \frac{1}{91}\left(98 - \frac{78}{91}\right)^2 = \frac{72640}{637}$

$\simeq 114{,}03$

Exercice 3

1)



formule probabilités totales

$P(C) = P(H \cap C) + P(F \cap C)$

2) $P(F \cap C) = P(F) \times P_C(F)$

$= 0{,}4 \times 0{,}3$

$= 0{,}12$

3) $P(C) = P(H) \times P_H(C) + P(F) \times P_F(C)$

$= 0{,}18 + 0{,}12$

$= 0{,}30$

4) $P_C(H) = \dfrac{P(H \cap C)}{P(C)} = \dfrac{0{,}18}{0{,}3} = \dfrac{18}{30} = \dfrac{6}{10} = 0{,}6$

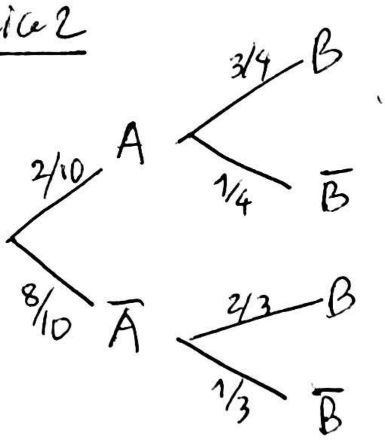
5)

$\left.\begin{array}{l} P_H(C) = 0{,}3 \\ P(C) = 0{,}3 \end{array}\right\}$ donc $P_H(C) = P(C)$

Autrement dit les événements C et H sont indépendants

Exercice 2

1)



2) On lit directement sur l'arbre

$$P_A(\overline{B}) = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

3) $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{10} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{20} = 0{,}15$$

4) $P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)$

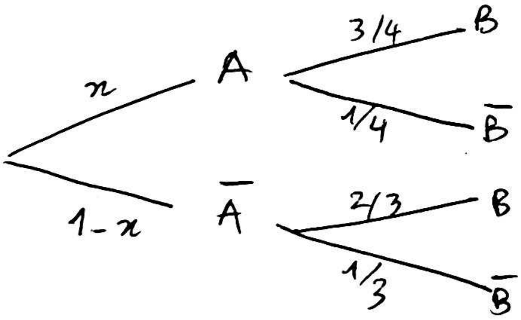
$$= \frac{3}{20} + \frac{8}{10} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{3}{20} + \frac{16}{30}$$

$$= \frac{9+32}{60} = \frac{41}{60} \approx 0{,}68$$

5) $$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{20}}{\frac{41}{60}} = \frac{3}{20} \times \frac{60}{41} = \frac{9}{41} \approx 0{,}22$$

6) On a la situation suivante



On cherche x tel que $P(B) \geqslant 0{,}7$

$$\iff x \cdot \frac{3}{4} + (1-x)\frac{2}{3} \geqslant 0{,}7$$

$$9x + 8(1-x) \geqslant 8{,}4$$

$$x \geqslant 0{,}4$$

La proportion d'élèves suivant le stage doit être supérieure à 0,4

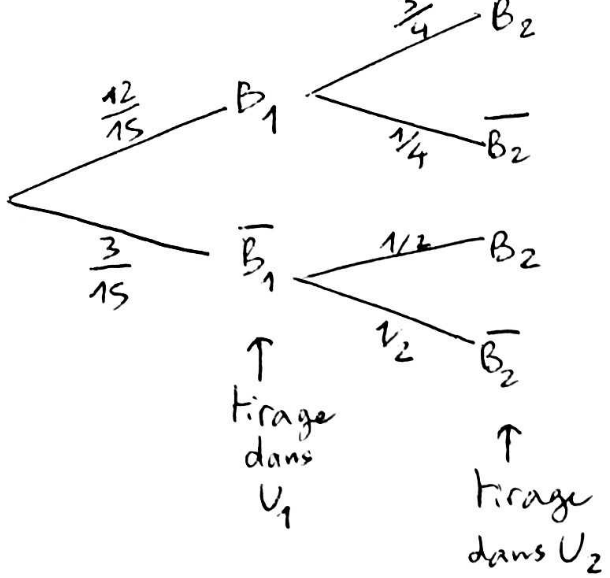
$$\frac{N}{300} \geqslant 0{,}4$$

$$\iff N \geqslant 120$$

Il faut donc ouvrir au minimum 120 places.

Exercice 4

A) 1)



2) $P(B_2) = P(B_1 \cap B_2) + P(\overline{B_1} \cap B_2)$

$P(B_2) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(B_2) + P(\overline{B_1}) \cdot P_{\overline{B_1}}(B_2)$

$P(B_2) = \frac{12}{15} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{15} \cdot \frac{1}{2}$

$P(B_2) = \frac{42}{60} = \frac{21}{30}$

$P(B_2) = \frac{7}{10}$

3) $P_{B_2}(B_1) = \frac{P(B_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{\frac{36}{60}}{\frac{7}{10}} = \frac{36}{60} \times \frac{10}{7} = \frac{36}{42} = \frac{6}{7}$

B) a) $X(\Omega) = \{+4 ; -8\}$

b)

x_i	-8	$+4$
p_i	0,3	0,7

Loi de Probabilité

c) $E(X) = -8 \cdot 0{,}3 + 4 \cdot 0{,}7$

$E(X) = 0{,}4$

En moyenne un joueur gagne 0,4 € par partie

d) Conclusion : Le jeu est favorable au joueur