

Exercice 1

$$a) \Delta = -16 = (4i)^2$$

$$S = \{ 3+2i ; 3-2i \}$$

$$\frac{6-4i}{2} = 3-2i \quad \frac{6+4i}{2} = 3+2i$$

$$b) z(z^2+z+1) = 0$$
$$\Delta = -3 = (\sqrt{3}i)^2$$

$$S = \left\{ \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} ; \frac{-1-i\sqrt{3}}{2} ; 0 \right\}$$

$$z_1 = 0 \quad z_2 = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2} \quad z_3 = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$$

$$c) 3z+2 = (z+3)(z+1) \Leftrightarrow z^2+z+1=0$$

$$S = \left\{ \frac{-1-\sqrt{3}i}{2} ; \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} \right\}$$

Exercice 2

$$\begin{cases} z' = 2-z \\ z(2-z) = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z' = 2-z \\ z^2 - 2z + 17 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = -64 = (8i)^2$$

$$\begin{cases} z' = 2-z \\ z = 1+4i \text{ ou } z = 1-4i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z' = 1-4i \\ z = 1+4i \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} z' = 1+4i \\ z = 1-4i \end{cases}$$

$$S = \left\{ (1-4i, 1+4i) ; (1+4i, 1-4i) \right\}$$

Exercice 3

$$z_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$z_2 = 2 e^{-i\frac{3\pi}{4}}$$

$$z_3 = \sqrt{5} e^{-i\frac{2\pi}{3}}$$

Exercice 4

$$1) P(-3) = (-3)^3 + 5(-3)^2 + 11(-3) + 15$$
$$= -27 + 45 - 33 + 15$$
$$= 0$$

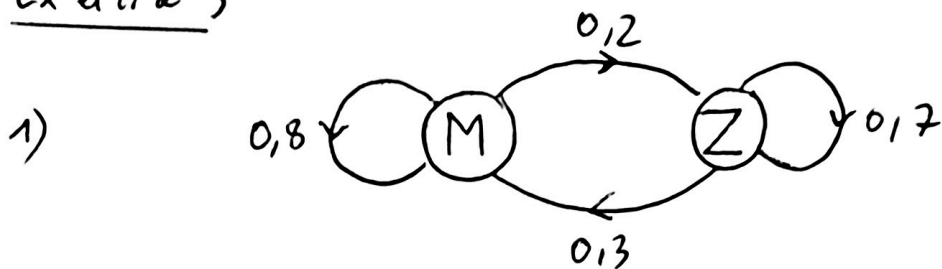
$$2) P(z) = (z+3)(z^2+2z+5)$$

$$3) P(z) = 0 \Leftrightarrow (z+3)(z^2+2z+5) = 0$$

$$z = -3 \text{ ou } z = -1+2i \text{ ou } z = -1-2i$$

$$S = \{-1-2i; -1+2i; -3\}$$

Exercice 5



2)

$$T = \begin{pmatrix} M & Z \\ 0,8 & 0,2 \\ 0,3 & 0,7 \end{pmatrix} \begin{matrix} M \\ Z \end{matrix}$$

3)

$$\pi_2 = \pi_0 T^2$$

$$\pi_2 = (1 \ 0) \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,3 & 0,7 \end{pmatrix}^2$$

$$\pi_2 = (0,7 \ 0,3)$$

La probabilité qu'il travaille à Murcia dans 2 ans est 0,7

4) Soit $\pi = (a \ b)$ la distribution invariante

$$\pi = \pi T \Leftrightarrow (a \ b) = (a \ b) \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,3 & 0,7 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0,8a + 0,3b \\ b = 0,2a + 0,7b \\ a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -0,2a + 0,3b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a + 3b = 0 \\ 2a + 2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{5} \\ b = \frac{2}{5} \end{cases} \quad \pi = (0,6 \ 0,4)$$