VARIABLES ALEATOIRES

1 Variable aléatoire réelle sur un ensemble fini

1.1 Expérience aléatoire

Définition : Une expérience est dite aléatoire lorsqu'elle vérifie 3 conditions :
. On peut reproduire l'expérience autant de fois qu'on le souhaite dans les mêmes conditions
. On connaît tous les résultats possibles
. Le résultat n'est pas prévisible

L'ensemble des résultats possibles est l'univers noté Ω

1.2 Evénement

langage des événements	langage des ensembles	Notation
A est un événement	A est une partie de Ω	$A \subset \Omega$
C est l'événement A ou B	C est la réunion de A et B	$C = A \bigcup B$
D est l'événement A et B	D est l'intersection de A et B	$D = A \bigcap B$

1.3 Variable aléatoire

Définition : Une variable aléatoire X est une fonction définie sur un univers Ω et à valeurs dans $\mathbb{R}$

1.4 Loi de probabilité

Définition : Soit X une variable aléatoire définie sur un univers Ω avec $X(\Omega) = \{x_1; x_2; ...; x_n\}$
Donner la loi de probabilité de X, c'est associer à toute valeur x_i une probabilité $P(X = x_i)$

2 Paramètres d'une variable aléatoire

2.1 Espérance

Définition Soit une variable aléatoire X définie sur un univers Ω et prenant les valeurs $x_1; x_2; ...; x_n$.
$E(X) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i x_i$ ou encore $E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_n p_n$

Remarque : L'espérance correspond à la "moyenne" en termes de probabilités.

2.2 Variance,écart-type

Définition : Sous les mêmes conditions, la variance est donnée par la formule
$V(X) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i (x_i - E(X))^2$ ou encore $V(X) = p_1(x_1 - E(X))^2 + p_2(x_2 - E(X))^2 + ... + p_n(x_n - E(X))^2$

Définition : L'écart-type σ est définit comme suit :

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

Propriété : Formule de könig
$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$

Remarque : La variance et l'éacrt type sont des caractéristiques de dispersion par rapport à la moyenne $E(X)$.
On pourrait dire que l'écart-type est l'écart moyen par rapport à la moyenne.

Propriétés : Soit une variable aléatoire X. Soient a et b deux nombres réels.

$E(aX + b) = aE(X) + b$

$V(aX + b) = a^2V(X)$