Exercice 1 (2 points)

On considère les droites (d_1) et (d_2) dont les représentations paramétriques sont données ci-dessous.

$$(d_1) : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \quad t \in \mathbb{R} \\ z = 2 + 3t \end{cases} \qquad (d_2) : \begin{cases} x = 1 - 3s \\ y = -2 + s \quad s \in \mathbb{R} \\ z = 2 + 2s \end{cases}$$

a) Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles parallèles ?

b) Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles sécantes ? non coplanaires ?

c) Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles perpendiculaires ? orthogonales ?

Exercice 2 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les cinq questions sont indépendantes.

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
On considère les points A$(-1 ; 2 ; 5)$, B$(3 ; 6 ; 3)$, C$(3 ; 0 ; 9)$ et D$(8 ; -3 ; -8)$.
On admet que les points A, B et C ne sont pas alignés.

1. ABC est un triangle :

a. isocèle rectangle en A **b.** isocèle rectangle en B

c. isocèle rectangle en C **d.** équilatéral

2. Une équation cartésienne du plan (BCD) est :

a. $2x + y + z - 15 = 0$ **b.** $9x - 5y + 3 = 0$

c. $4x + y + z - 21 = 0$ **d.** $11x + 5z - 73 = 0$

3. On admet que le plan (ABC) a pour équation cartésienne $x - 2y - 2z + 15 = 0$.

On appelle H le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).

On peut affirmer que :

a. H$(-2 ; 17 ; 12)$ **b.** H$(3 ; 7 ; 2)$

c. H$(3 ; 2 ; 7)$ **d.** H$(-15 ; 1 ; -1)$

4. Soit la droite Δ de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$, avec t réel.

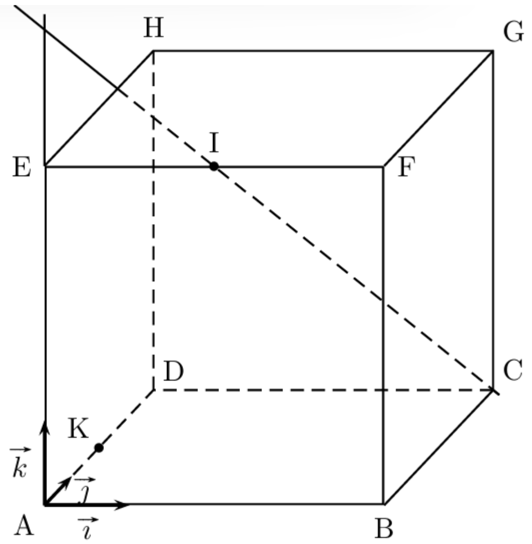
Les droites (BC) et Δ sont :

a. confondues **b.** strictement parallèles

c. sécantes **d.** non coplanaires

Exercice 3 (8 points)

ABCDEFGH est un cube.
On considère un repère orthonormé $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
Dans ce repère, on a : $B(4,0,0)$ $D(0,4,0)$ $E(0,0,4)$



1) Donner les coordonnées des points C,F,G,H

2) On considère le point I milieu de $[EF]$. Montrer qu'une représentation

paramétrique de la droite (IC) est donnée par : $(IC) : \begin{cases} x(t) = 2 + 2t \\ y(t) = 4t \\ z(t) = 4 - 4t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

3) On désigne par P le plan orthogonal à la droite (IC) passant par le point G, et par J l'intersection de P avec (IC).

a Démontrer qu'une équation du plan P est donnée par : $x + 2y - 2z - 4 = 0$

b Justifier que J a pour coordonnées $(\frac{28}{9}; \frac{20}{9}; \frac{16}{9})$. Que représente J par rapport à C ?

c Vérifier que le point $K(0; 2; 0)$ appartient au plan P.

d Justifier que (BK) est l'intersection des plans P et (ABC)

4)

a Déterminer le volume de la pyramide CBKG

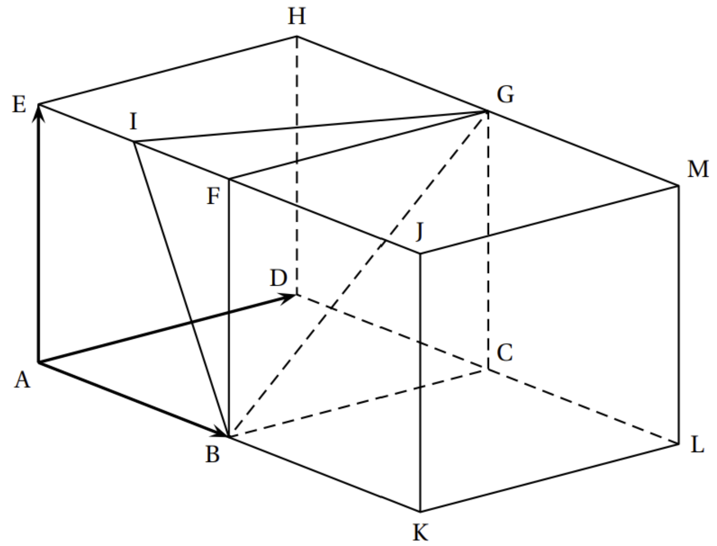
b Justifier que l'on a : $P = (BKG)$

c Déduire des deux questions précédentes, que l'aire du triangle BKG est égale à 12.

Exercice 4 (6 points)

Partie A

On considère deux cubes ABCDEFGH et BKLCFJMG positionnés comme sur la figure suivante :



Le point I est le milieu de [EF].
Dans toute la suite de l'exercice, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AD}\,;\,\overrightarrow{AE}\right)$.
Ainsi, par exemple, les points F, G et J ont pour coordonnées

$$F(1\,;0\,;1),\qquad G(1\,;1\,;1)\quad \text{et}\quad J(2\,;0\,;1).$$

1. Montrer que le volume du tétraèdre FIGB est égal à $\dfrac{1}{12}$ d'unité de volume.
   On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est donné par la formule :
   $$V = \frac{1}{3}\times \text{aire d'une base} \times \text{hauteur correspondante}.$$
2. Déterminer les coordonnées du point I.
3. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{DJ}$ un vecteur normal au plan (BIG).
4. Montrer qu'une équation cartésienne du plan (BIG) est $2x - y + z - 2 = 0$.
5. Déterminer une représentation paramétrique de la droite d, orthogonale à (BIG) et passant par F.
6. **a.** La droite d coupe le plan (BIG) au point L′.
   Montrer que les coordonnées du point L′ sont $\left(\dfrac{2}{3}\,;\,\dfrac{1}{6}\,;\,\dfrac{5}{6}\right)$.

   b. Calculer la longueur FL′.

   c. Déduire des questions précédentes l'aire du triangle IGB.