Exercice 1 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$.
On considère :

- La droite $\mathscr{D}$ passant par les points $\mathrm{A}(1\,;\,1\,;\,-2)$ et $\mathrm{B}(-1\,;\,3\,;\,2)$.
- La droite $\mathscr{D}'$ de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{rcr} x &=& -4+3t \\ y &=& 6-3t \\ z &=& 8-6t \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$.
- Le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $x+my-2z+8=0$ où m est un nombre réel.

Question 1 : Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite $\mathscr{D}'$?

a. $\mathrm{M}_1(-1\,;\,3\,;\,-2)$ **b.** $\mathrm{M}_2(11\,;\,-9\,;\,-22)$ **c.** $\mathrm{M}_3(-7\,;\,9\,;\,2)$ **d.** $\mathrm{M}_4(-2\,;\,3\,;\,4)$

Question 2 : Un vecteur directeur de la droite $\mathscr{D}'$est :

a. $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}-4\\6\\8\end{pmatrix}$ **b.** $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}3\\3\\6\end{pmatrix}$ **c.** $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}3\\-3\\-6\end{pmatrix}$ **d.** $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}-1\\3\\2\end{pmatrix}$

Question 3 : Les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont :

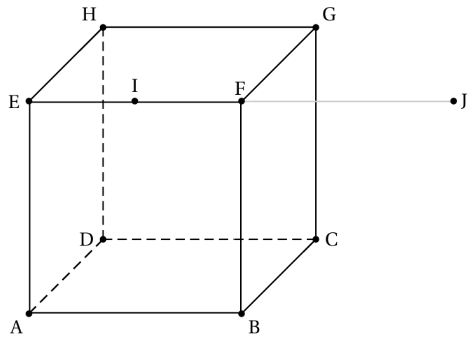
a. sécantes **b.** strictement parallèles **c.** non coplanaires **d.** confondues

Question 4 : La valeur du réel m pour laquelle la droite $\mathscr{D}$ est parallèle au plan $\mathscr{P}$ est :

a. $m=-1$ **a.** $m=1$ **c.** $m=5$ **d.** $m=-2$

Exercice 2 (5 points)

On considère le cube ABCDEFGH de côté 1, le milieu I de [EF] et J le symétrique de E par rapport à F.



Dans tout l'exercice, l'espace est rapporté au repère orthonormé $\left(\mathrm{A}\,;\,\overrightarrow{\mathrm{AB}},\,\overrightarrow{\mathrm{AD}},\,\overrightarrow{\mathrm{AE}}\right)$.

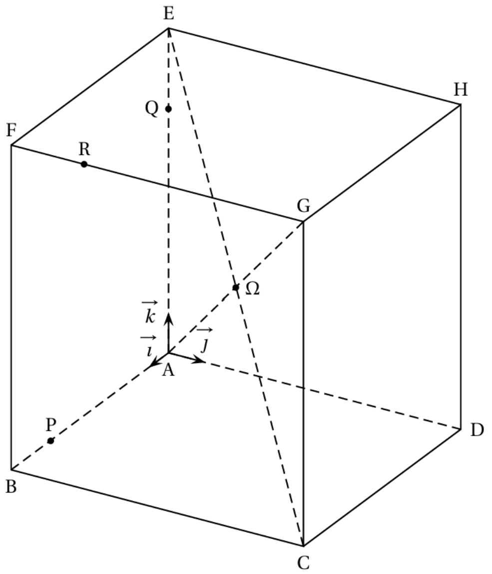
1. **a.** Par lecture graphique, donner les coordonnées des points I et J.
   b. En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{DJ}}$, $\overrightarrow{\mathrm{BI}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BG}}$.
   c. Montrer que $\overrightarrow{\mathrm{DJ}}$ est un vecteur normal au plan (BGI).
   d. Montrer qu'une équation cartésienne du plan (BGI) est $2x-y+z-2=0$.
2. On note d la droite passant par F et orthogonale au plan (BGI).
   a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite d.
   b. On considère le point L de coordonnées $\left(\frac{2}{3}\,;\,\frac{1}{6}\,;\,\frac{5}{6}\right)$.
   Montrer que L est le point d'intersection de la droite d et du plan (BGI).
3. On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule

$$V=\frac{1}{3}\times\mathscr{B}\times h$$

où $\mathscr{B}$ est l'aire d'une base et h la hauteur associée à cette base.
   a. Calculer le volume de la pyramide FBGI.
   b. En déduire l'aire du triangle BGI.

Exercice 3 (6 points)

On considère un cube ABCDEFGH d'arête 8 cm et de centre Ω.
Les points P, Q et R sont définis par $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{FR} = \frac{1}{4}\overrightarrow{FG}$.
On se place dans le repère orthonormé $\left(A\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$ avec : $\vec{\imath} = \frac{1}{8}\overrightarrow{AB}$, $\vec{\jmath} = \frac{1}{8}\overrightarrow{AD}$ et $\vec{k} = \frac{1}{8}\overrightarrow{AE}$.



Partie I

1. Dans ce repère, on admet que les coordonnées du point R sont $(8\,;2\,;8)$.
   Donner les coordonnées des points P et Q.
2. Montrer que le vecteur $\vec{n}\,(1\,;\,-5\,;\,1)$ est un vecteur normal au plan (PQR).
3. Justifier qu'une équation cartésienne du plan (PQR) est $x-5y+z-6=0$.

Partie II

On note L le projeté orthogonal du point Ω sur le plan (PQR).

1. Justifier que les coordonnées du point Ω sont $(4\,;4\,;4)$.
2. Donner une représentation paramétrique de la droite d perpendiculaire au plan (PQR) et passant par Ω.
3. Montrer que les coordonnées du point L sont $\left(\frac{14}{3}\,;\,\frac{2}{3}\,;\,\frac{14}{3}\right)$
4. Calculer la distance du point Ω au plan (PQR).

Exercice 4 (5 points)

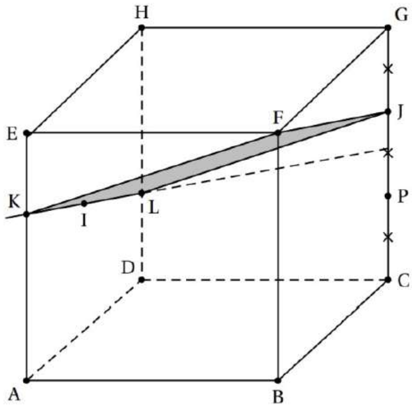
On considère un cube ABCDEFGH.
Soit I le centre de la face ADHE et J un point du segment [CG] tel que :

$$\overrightarrow{CJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CG}$$

On note (d) la droite passant par I et parallèle à (FJ).

On note K et L les points d'intersection de la droite (d) et des droites (AE) et (DH).

On se place dans le repère $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.



1. Donner les coordonnées des points F, I et J.
2. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d).
3. a. Montrer que le point de coordonnées $\left(0;0;\frac{2}{3}\right)$ est le point K.

   b. Déterminer les coordonnées du point L, intersection des droites (d) et (DH).
4. a. Démontrer que le quadrilatère FJLK est un parallélogramme.

   b. Démontrer que le quadrilatère FJLK est un losange.