

**Exercice 1 (4 points)**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{2x+1}{3x-6}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
- 2) Etudier les limites aux bornes de l'ensemble de définition.  
On précisera les asymptotes éventuelles.
- 3) Calculer la fonction dérivée.
- 4) Après avoir étudié le signe de la dérivée, dresser le tableau de variations.

**Exercice 2 (2 points)**

1) Soit  $h$  la fonction définie sur  $] -\infty; 3[$  par  $h(x) = \sqrt{\frac{x^2+1}{3-x}}$

- a) Déterminer la limite de  $h$  en  $-\infty$
- b) Déterminer la limite de  $h$  en  $3^-$ .

2)(bonus) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{x^2+1}$

**Exercice 3 (4 points)**

Calculer les limites en justifiant.

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - x}{e^x + 1}$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 1}{x^3 + x^2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x+3)e^x$

d)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2}{(6-2x)^3}$

**Exercice 4 (6 points)**

Une entreprise produit de la peinture qu'elle vend ensuite. Toute la production est vendue.

Pour  $x$  **hectolitres** de peinture fabriquée, on modélise le coût moyen unitaire de production par hectolitre de peinture., exprimé en **milliers d'euros**, par la fonction  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  par :

$$f(x) = (-4x^2 + 5)e^{-x} + 3$$

- 1) Déterminer le coût moyen unitaire de production, arrondi à l'euro, pour une production de 500 litres de peinture.
- 2)a) Calculer la dérivée de  $f$ .  
b) Calculer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .  
c) En déduire le tableau de variations complet de  $f$ .
- 3) Combien de litres de peinture l'entreprise doit-elle produire pour minimiser le coût moyen unitaire de production? Donner ce coût, arrondi à l'euro près.
- 4) Le prix de vente d'un hectolitre est fixé à 3000€. On appelle seuil de rentabilité la quantité à partir de laquelle la production est rentable, c'est à dire qu'elle permet à l'entreprise de réaliser un bénéfice. Quel est son seuil de rentabilité? (Donner le résultat au litre près)

**Exercice 5 (4 points)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{4}$   
On note  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative.

- 1) Etudier les limites de  $f$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ .
- 2) Vérifier que pour tout réel  $x$ , on a :  $f'(x) = (x - 1)(x^2 - 2x - 3)$
- 3) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
- 4) Donner l'équation de la tangente à  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 2.

(QUESTION BONUS)

- 5)  $m$  est un nombre donné.  
Indiquer, suivant les valeurs de  $m$ , le nombre de points d'intersection de la courbe  $\mathcal{C}$  avec la droite d'équation  $y = m$ .