

**Exercice 1 (10 points)****Partie A**

Un test est mis au point pour détecter une maladie dans un pays.

Selon les autorités sanitaires de ce pays, 7 % des habitants sont infectés par cette maladie.

Parmi les individus infectés, 20 % sont déclarés négatifs.

Parmi les individus sains, 1 % sont déclarés positifs.

Une personne est choisie au hasard dans la population.

On note :

- $M$  l'évènement : « la personne est infectée par la maladie » ;
- $T$  l'évènement : « le test est positif ».

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.
2. a. Quelle est la probabilité pour que la personne soit infectée par la maladie et que son test soit positif ?  
b. Montrer que la probabilité que son test soit positif est de 0,0653.
3. On sait que le test de la personne choisie est positif.  
Quelle est la probabilité qu'elle soit infectée ?  
On donnera le résultat sous forme approchée à  $10^{-2}$  près.

**Partie B**

1. On choisit dix personnes au hasard dans la population. La taille de la population de ce pays permet d'assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise et donc des tirages indépendants et identiques.  
On note  $X$  la variable aléatoire qui comptabilise le nombre d'individus ayant un test positif parmi les dix personnes. On rappelle que la probabilité qu'un test soit positif est de 0,0653.
  - a. Quelle est la loi de probabilité suivie par  $X$  ? Préciser ses paramètres.
  - b. Déterminer la probabilité pour qu'exactement deux personnes aient un test positif.  
On donnera le résultat sous forme approchée à  $10^{-2}$  près.
2. Déterminer à l'aide de la calculatrice, nombre minimum de personnes à tester dans ce pays pour que la probabilité qu'au moins une de ces personnes ait un test positif, soit supérieure à 99 %.

**Partie C**

On considère l'algorithme ci-dessous écrit en Python :

```
Langage Python
from random import *
succes = 0
for n in range(100) :
    if random() ≤ 0.0653 :
        succes = succes + 1
print(succes)
```

On exécute cet algorithme un très grand nombre de fois. Quelle est valeur moyenne de la variable "succes" ?

**Exercice 2 (10 points)**

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé.

On considère les points  $A(0; 4; 1)$ ,  $B(1; 3; 0)$ ,  $C(2; -1; -2)$  et  $D(7; -1; 4)$ .

1) Démontrer que les points A,B et C ne sont pas alignés.

2) Soit  $\Delta$  la droite passant par le point D et de vecteur directeur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

a) Démontrer que la droite ( $\Delta$ ) est orthogonale au plan ( $ABC$ ).

b) En déduire une équation cartésienne du plan ( $ABC$ ).

c) Déterminer une représentation paramétrique de la droite ( $\Delta$ ).

d) Déterminer les coordonnées du point H, intersection de la droite ( $\Delta$ ) et du plan( $ABC$ ).

3) Soit ( $\mathcal{P}_1$ ) le plan d'équation  $x + y + z = 0$  et ( $\mathcal{P}_2$ ) le plan d'équation  $x + 4y + 2 = 0$ .

a) Démontrer que les plans ( $\mathcal{P}_1$ ) et ( $\mathcal{P}_2$ ) sont sécants.

b) Vérifier que la droite (d), intersection des plans ( $\mathcal{P}_1$ ) et ( $\mathcal{P}_2$ ) a pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -4t - 2 \\ y = t \\ z = 3t + 2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

c) La droite (d) et le plan (ABC) sont-ils sécants ou parallèles ?