

Exercice 1 (3 points)

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes.

$$g(x) = \frac{3x + 2}{2x - 3}$$

$$h(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 5}$$

$$k(x) = (x^4 + 3x^2)^3$$

Exercice 2 (6 points)

Calculer les limites en justifiant.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x^3}{2x^3 + x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x + 1}{-x^2 - x + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x} - 2}{e^x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + 1}{-x^2 - x + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(1 - x)^3}$$

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = 3 + xe^{1-x}$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f .

- 1) Calculer la limite de f en $-\infty$.
- 2) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = 3 + \frac{xe}{e^x}$
- 3) Calculer la limite de f en $+\infty$. Quelle conséquence graphique peut-on en tirer ?
- 4) Montrer que pour tout réel x , on a $f'(x) = (1 - x)e^{1-x}$
- 5) Dresser le tableau de variation de f sur \mathbb{R} .

Exercice 4 (6 points)

PARTIE A

Soit la fonction g définie sur $g(x) = -4x^3 - 3x^2 - 2$

- 1) Etudier le sens de variation de g sur \mathbb{R}
- 2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution sur \mathbb{R} que l'on notera α .
Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-3}
- 3) En déduire le signe de $g(x)$ sur \mathbb{R}

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur $I = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $f(x) = \frac{2x+1}{x^3-1}$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f .

- 1) Déterminer les limites de f aux bornes de I et préciser les asymptotes (si elles existent)
- 2)a) Montrer que l'on a : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x^3-1)^2}$
 - b) Dresser le tableau de variation de f .
- 3)a) Déterminer une équation de (T) , tangente à \mathcal{C}_f en A d'abscisse 0.
 - b) Etudier la position relative de (T) et \mathcal{C}_f .