Exercice 1 (2 points)

(E) : $y' = 10y$

Déterminer la solution f de (E) telle que $f(1) = 2$

Exercice 2 (3 points)

(E) : $y' = -2y + \cos x$

1) Résoudre l'équation $y' = -2y$

2) Montrer que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 0.4\cos x + 0.2\sin x$ est une solution de (E)

3) En déduire l'ensemble des solutions de (E).

Exercice 3 (3 points)

1) Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de chacune des fonctions suivantes.

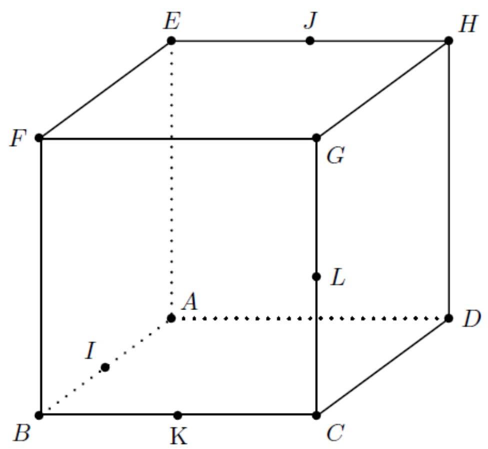
$g(x) = 3x^2(x^3 + 1)^2$

$h(x) = \dfrac{3x}{\sqrt{2x^2 + 7}}$

2) Déterminer sur $\mathbb{R}$ la primitive F de $f(x) = x^2 e^{x^3}$ telle que $F(1) = e$

Exercice 4 (7 points)

$ABCDEFGH$ est un cube.



I est le milieu du segment $[AB]$, J est le milieu du segment $[EH]$, K est le milieu du segment $[BC]$ et L est le milieu du segment $[CG]$.

On munit l'espace du repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{AE}\right)$.

1) a) Démontrer que la droite (FD) est orthogonale au plan (IJK).

b) En déduire une équation cartésienne du plan (IJK).

2) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FD).

3) Soit M le point d'intersection de la droite (FD) et du plan (IJK). Déterminer les coordonnées du point M.

4) Déterminer la nature du triangle IJK et calculer son aire.

5) Calculer le volume du tétraèdre $FIJK$.

6) Les droites (IJ) et (KL) sont-elles sécantes ?

Exercice 5 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère les points A(1 ; 0 ; 2), B(2 ; 1 ; 0), C(0 ; 1 ; 2) et la droite Δ dont une représentation paramétrique est :
$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 1+2t \\ y &=& -2+t \\ z &=& 4-t \end{array}\right., t\in\mathbb{R}.$$

1. Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite Δ ?

   Réponse A : M(2 ; 1 ; −1) ; **Réponse B :** N(−3 ; −4 ; 6) ;
   Réponse C : P(−3 ; −4 ; 2) ; **Réponse D :** Q(−5 ; −5 ; 1).

2. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ admet pour coordonnées :

   Réponse A : $\begin{pmatrix}1,5\\0,5\\1\end{pmatrix}$; **Réponse B :** $\begin{pmatrix}-1\\-1\\2\end{pmatrix}$;
   Réponse C : $\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$ **Réponse D :** $\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}$.

3. Une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

   Réponse A : $\left\{\begin{array}{l} x=1+2t \\ y=t \\ z=2 \end{array}\right., t\in\mathbb{R}$ **Réponse B :** $\left\{\begin{array}{l} x=2-t \\ y=1-t \\ z=2t \end{array}\right., t\in\mathbb{R}$
   Réponse C : $\left\{\begin{array}{l} x=2+t \\ y=1+t \\ z=2t \end{array}\right., t\in\mathbb{R}$ **Réponse D :** $\left\{\begin{array}{l} x=1+t \\ y=1+t \\ z=2-2t \end{array}\right., t\in\mathbb{R}$

4. Une équation cartésienne du plan passant par le point C et orthogonal à la droite Δ est :

   Réponse A : $x-2y+4z-6=0$; **Réponse B :** $2x+y-z+1=0$;
   Réponse C : $2x+y-z-1=0$; **Réponse D :** $y+2z-5=0$.

5. On considère le point D défini par la relation vectorielle $\overrightarrow{OD}=3\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$.

   Réponse A : $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires ; **Réponse B :** $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$;
   Réponse C : D a pour coordonnées (3 ; −1 ; −1) ; **Réponse D :** les points A, B, C et D sont alignés.