

Exercice 1 (1 points)

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes et donner l'ensemble de dérivation.

$$f(x) = e^{2x^2-5x+1}$$

$$g(x) = \frac{e^x - x}{x^2}$$

Exercice 2 (4 points)

Calculer les limites en justifiant.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{9}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{9}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 + 7}{2x^3 + x - 1}$$

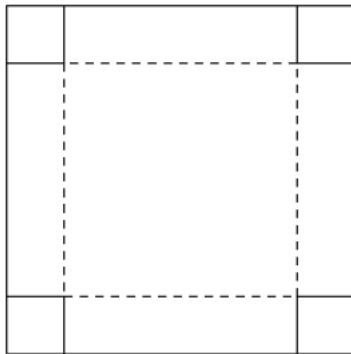
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^{2x} + e^x}{5e^{2x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - x}{x^2}$$

Exercice 3 (5 points)

On considère un carré de côté 12 cm.

On découpe à chaque coin du carré, quatre petits carrés de côté x comme sur la figure et en pliant suivant les pointillés, on réalise une boîte ouverte de forme parallépipédique.



- 1) Montrer que le volume V de la boîte est égal à $V(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x$
- 2) Quel est l'ensemble de définition de la fonction V ?
- 3) Déterminer la dérivée de cette fonction et étudier les variations de V sur son ensemble de définition.
- 4) En déduire quel est le volume maximal de la boîte et pour quelle valeur de x il est atteint.

Exercice 4 (5 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (2x + 4)e^{-x}$

- 1) Déterminer les limites de cette fonction aux bornes de son ensemble de définition. Préciser s'il existe des asymptotes à la courbe représentative de f .
- 2) Calculer la dérivée et étudier les variations de f .
- 3) Donner le tableau de variation de f
- 4) Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet deux solutions α et β dans \mathbb{R} .
- 5) Donner un encadrement à 10^{-2} près de chacune des solutions α et β .

Exercice 5 (5 points)

Soit la fonction f définie sur $] -\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{-2x^2 + 7x - 8}{x - 2}$

On appelle \mathcal{C} sa courbe représentative.

- 1) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
- 2) Déterminer les limites de f en 2 (à droite et à gauche).
Que peut-on en déduire pour la courbe \mathcal{C} ?
- 3) Étudier les variations de f .
- 4) On appelle Δ la droite d'équation $y = -2x + 3$
 - a) Étudier les positions relatives de \mathcal{C} et de Δ .
 - b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-2x + 3)]$