

Exercice 1

1/4

1) suite récurrente

1) suite explicite

$$2) U_1 = 1$$

$$2) V_1 = 2$$

$$U_2 = 0,5$$

$$V_2 = \frac{3}{2}$$

$$U_3 = 0,625$$

$$V_3 = \frac{4}{3}$$

Exercice 2

$$1) S_1 = 50 + 51 + \dots + 149 + 150$$

$$S_1 = 150 + 149 + \dots + 51 + 50$$

$$2 \times S_1 = (150 + 50) \times 101$$

$$S_1 = \frac{200 \times 101}{2}$$

$$S_1 = 100 \times 101$$

$$S_1 = 10\,100$$

Remarque : Entre 50 et 150, il y a 101 termes

$$2) S_2 = 8 + 19 + 30 + \dots + 140$$

$$S_2 = 140 + 129 + 118 + \dots + 8$$

$$2 \times S_2 = (140 + 8) \times 13$$

$$S_2 = \frac{148 \times 13}{2}$$

$$S_2 = 74 \times 13$$

$$S_2 = 962$$

$$u_0 = 8$$

$$u_n = 8 + 11n$$

$$8 + 11n = 140$$

$$\Leftrightarrow n = 12$$

$$3) S_3 = 1,2 + 1,2^2 + \dots + 1,2^{13}$$

$$S_3 = (1 + 1,2 + 1,2^2 + \dots + 1,2^{13}) - 1$$

$$S_3 = \frac{1 - 1,2^{14}}{1 - 1,2} - 1$$

$$S_3 \approx 58,20$$

$$4) S_4 = 1 + (-3) + (-3)^2 + (-3)^3 + \dots + (-3)^{10}$$

$$S_4 = \frac{1 - (-3)^{11}}{1 - (-3)}$$

$$S_4 = 44287$$

Exercice 3

1) C'est une suite géométrique

$$2) u_0 = 8000$$

$$u_1 = 8000 \times 0,96 = 7680$$

Au bout d'un an, il y a 7680 singes.

$$3) u_{m+1} = 0,96 u_m$$

$$4) u_0 = 8000$$

$$u_1 = 8000 \times 0,96$$

$$u_2 = 8000 \times 0,96 \times 0,96$$

$$\vdots$$

$$u_m = 8000 \times 0,96^m$$

$$5) \text{ On cherche } m \text{ tel que}$$

$$8000 \times 0,96^m < 4000$$

$$0,96^m < 0,5$$

Par essai erreur à la calculatrice (ou à l'aide du tableur) on trouve

$$m = 17$$

Exercice 4

3/4

$$R_1 = 78$$

$$R_2 = 78 - 4$$

$$R_3 = 78 - 4 - 4$$

⋮

$$R_m = 78 - 4(m-1) = 82 - 4m$$

$$82 - 4m = 10 \Leftrightarrow 4m = 72 \Leftrightarrow m = 18$$

1) Il y a 18 rangées de perles. $N = 18$

2) Le nombre total de perles est S avec

$$S = 78 + 74 + 70 + \dots + 18 + 14 + 10$$

$$S = 10 + 14 + 18 + \dots + 70 + 74 + 78$$

$$2 \times S = (78 + 10) \times 18$$

$$S = \frac{88 \times 18}{2}$$

$$S = 44 \times 18$$

$$S = 792$$

Pour fabriquer le collier, 792 perles sont nécessaires.

Exercice 5

4/4

1) $x \in [0; 10]$

2) $A(x) = \text{Aire carré} + \text{Aire triangle}$
 $= x^2 + \frac{(10-x)(10-x)}{2}$
 $= x^2 + \frac{1}{2} [100 + x^2 - 20x]$
 $= \frac{3}{2} x^2 - 10x + 50$

3) Calculons la fonction dérivée

$$A'(x) = 3x - 10$$

Étudions le signe de la dérivée A'

$$3x - 10 \geq 0 \Leftrightarrow 3x \geq 10 \Leftrightarrow x \geq \frac{10}{3}$$

x	0	$\frac{10}{3}$	10
$A'(x)$	-	0	+
A	50	$\frac{100}{3}$	100

Réponse au problème: Pour avoir une aire minimale, il faut placer M tel que $x = \frac{10}{3}$

L'aire est alors $\frac{100}{3}$