Exercice 1

1) a) $8x^2 - 2x - 1 = 0$

$\Delta = 4 - 4(8)(-1) = 36 = (6)^2$

$x_1 = -\frac{1}{4}$ $\qquad x_2 = \frac{1}{2}$

$S = \{-\frac{1}{4} ; \frac{1}{2}\}$

b) $4x^2 + x - 15 = (2x-3)(x+1)$

$\Leftrightarrow 4x^2 + x - 15 = 2x^2 - x - 3$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 12 = 0$

$\Delta = 100$ $\qquad x_1 = -3$ $\qquad x_2 = 2$

$S = \{-3 ; 2\}$

2) a) $-x^2 + 4x + 5 < 0$

$\Delta = 16 - 4(-1)(5)$

$\Delta = 36 = (6)^2$

$x_1 = \frac{-4-6}{-2} = 5$ $\qquad x_2 = -1$

$S =]-\infty ; -1[\cup]5 ; +\infty[$

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
$-x^2+4x+5$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b)

x	$-\infty$		-3		1		4		$+\infty$
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
x^2-x-12		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{1-x}{x^2-x-12}$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

$S =]-\infty ; -3[\cup [1 ; 4[$

Exercice 2

1) $f(x) = a(x+6)(x+2)$

car la courbe coupe l'axe des abscisses en -6 et en -2.

2) Cherchons le coefficient a en utilisant un point de la courbe

Utilisons le point $(-4\,;2)$

$f(-4) = 2 \iff a(-4+6)(-4+2) = 2 \iff -4a = 2 \iff a = -\frac{1}{2}$

Finalement on obtient la forme factorisée : $f(x) = -\frac{1}{2}(x+6)(x+2)$

2) On va obtenir la forme demandée en développant

$f(x) = -\frac{1}{2}(x^2 + 6x + 2x + 12)$

$\boxed{f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 4x - 6}$

3) Tableau de signe

x	$-\infty$		-6		-2		$+\infty$
signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Exercice 3

1) $f(x) = -2(x^2 - 3x - 5{,}5)$

$$= -2\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 5{,}5\right]$$

$$= -2\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{31}{4}\right]$$

$$= -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{31}{2}$$

$$= -2(x - 1{,}5)^2 + 15{,}5 \quad \leftarrow \text{forme canonique}$$

2) $S(1{,}5\ ;\ 15{,}5)$

3)

x	$-\infty$	$1{,}5$	$+\infty$
f	↗	$15{,}5$	↘

4) Le discriminant est strictement positif car le tableau de variations nous dit que la courbe de f coupe deux fois l'axe des abscisses car $15{,}5 > 0$.

5) $f(x) = -2x^2 + 6x + 11$

$$\Delta = 36 - 4(-2)(11)$$

$$\Delta = 124 = (2\sqrt{31})^2$$

$$x_1 = \frac{-6 + 2\sqrt{31}}{-4} = \frac{3 - \sqrt{31}}{2} \qquad x_2 = \frac{-6 - 2\sqrt{31}}{-4} = \frac{3 + \sqrt{31}}{2}$$

forme factorisée

$$f(x) = -2\left(x - \frac{3 - \sqrt{31}}{2}\right)\left(x - \frac{3 + \sqrt{31}}{2}\right)$$

Exercice 4

1) $(EF) \parallel (BF)$. D'après Thalès (triangles ABH et AEF)

$$\frac{AE}{AH} = \frac{EF}{BH} \iff \frac{x}{8} = \frac{EF}{6} \iff EF = \frac{3}{4}x$$

De même, dans les triangles BHC et GDC, par thalès

$$\frac{DC}{HC} = \frac{GD}{BH} \iff \frac{DC}{12-8} = \frac{\frac{3}{4}x}{6} \iff DC = \frac{1}{2}x$$

2)
$$\mathcal{A}(x) = EF \times ED$$
$$= \frac{3}{4}x \times \left(12 - \frac{3}{2}x\right)$$
$$= -\frac{9}{8}x^2 + 9x$$

$$ED = AC - AE - DC$$
$$= 12 - x - \frac{1}{2}x$$
$$= 12 - \frac{3}{2}x$$

3)
$$\mathcal{A}(x) = 0 \iff 9x\left(-\frac{1}{8}x + 1\right) = 0$$
$$\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad -\frac{1}{8}x + 1 = 0$$
$$x = 8$$

x	0		4		8
$\mathcal{A}$			18		
	0	$\nearrow$		$\searrow$	0

$$\mathcal{A}(4) = -\frac{9}{8} \times 16 + 36 = 18$$

L'aire maximale est atteinte pour $x = 4$
c'est à dire quand E est le milieu de [AH].