Exercice 1

1) $f'(x) = 2x e^{x} + (x^2 - 3)e^{x}$

$f'(x) = (x^2 + 2x - 3)e^{x}$

on remarque que 1 est racine évidente de $x^2 + 2x - 3 = 0$

$f'(x) = (x-1)(x+3)e^{x}$ 1

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		↗	$6e^{-3}$	↘	$-2e$	↗	

$e^{x} > 0$

$f'(x)$ est du signe de $x^2 + 2x - 3$ donc positif sauf entre les racines

1,5

2) g est du type $\frac{u}{v}$ avec $u(x) = 2x - 3$ $\quad v(x) = e^{x}$

$u'(x) = 2$ $\quad v'(x) = e^{x}$

$$g'(x) = \frac{2e^{x} - (2x-3)e^{x}}{(e^{x})^2}$$

$$g'(x) = \frac{e^{x}(2 - 2x + 3)}{e^{2x}}$$

$$g'(x) = \frac{\cancel{e^{x}}(-2x+5)}{\cancel{e^{x}} \times e^{x}}$$

$$g'(x) = \frac{5-2x}{e^{x}}$$

1,5

$e^{x} > 0$ donc le signe de $g'(x)$ dépend du signe de $5 - 2x$

$5 - 2x \geq 0 \iff 5 \geq 2x \iff x \leq 2,5$

x	$-\infty$		$2,5$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
g		↗	$2e^{-2,5}$	↘	

1

3) $h'(x) = \dfrac{4e^{4x}x - e^{4x}}{x^2}$ $\qquad$ h est définie et dérivable sur $\mathbb{R}^*$

2/4

$h'(x) = \dfrac{e^{4x}(4x-1)}{x^2}$

1

$\forall x \in \mathbb{R}^*$ $\quad x^2 > 0$ $\quad e^{4x} > 0$ $\qquad 4x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{4}$

x	$-\infty$		0		$1/4$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
h		$\searrow$	‖	$\searrow$	$4e$	$\nearrow$	

1,5

Exercice 2

1) $e^{-2+4x+3} = e^{-1} \Leftrightarrow 4x+1 = -1 \Leftrightarrow 4x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

$S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

2) $e^{x^2} \times e^{-x} < e^6$

$\Leftrightarrow e^{x^2-x^2} < e^6$

$\Leftrightarrow x^2 - x < 6$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 < 0$

On étudie le signe de x^2-x-6 (du signe + sauf entre les racines)

$x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
x^2-x-6		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S =]-2;3[$

3) bonus

$e^{2x} + 3e^{x} - 4 = 0$ Changement de variable

$(e^{x})^2 + 3(e^{x}) - 4 = 0$ On pose $Y = e^{x}$

$Y^2 + 3Y - 4 = 0$

$(Y-1)(Y+4) = 0$

$Y = 1$ ou $Y = -4$

$e^{x} = 1$ ou $e^{x} = -4$

$e^{x} = e^{0}$ impossible

$x = 0$

$$S = \{0\}$$

Exercice 3

1) $f'(t) = \dfrac{6e^{t} - 6te^{t}}{(e^{t})^2}$

$f'(t) = \dfrac{\cancel{e^{t}}(6-6t)}{\cancel{e^{t}} \times e^{t}}$

$f'(t) = \dfrac{6-6t}{e^{t}}$

2) $\forall t \in [0;10]$ $e^{t} > 0$ le signe de $f'(t)$ dépend de $(6-6t)$

$6-6t \geqslant 0 \iff 6 \geqslant 6t \iff t \leqslant 1$

On obtient le tableau suivant

t	0		1		10
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
f	0	$\nearrow$	$6e^{-1}$	$\searrow$	$60e^{-10}$

$f(1) = 6e^{-1} \approx 2{,}207$

$f(10) = 60e^{-10} \approx 0{,}003$

La concentration maximale est d'environ $2{,}2 \ mg \cdot L^{-1}$, elle est atteinte au bout d'une heure.

3) L'intervalle de temps dans lequel la concentration dépasse $2 \ mg.L^{-1}$ et donc durant lequel l'athlète ne peut pas être contrôlé

est $[0{,}61 \ ; \ 1{,}52]$

On arrondi la valeur de gauche par défaut et la valeur de droite par excès.

<u>Remarque</u> : Dans la calculatrice on rentre 2 fonctions et on regarde les points d'intersection.

$$f(x) = \frac{6x}{e^{x}}$$

$$g(x) = 2$$

4) Ici aussi, il s'agit d'utiliser sa calculatrice le produit est indétectable au bout de 8,6 h.

5) <u>Bonus</u> :

while $f(t) > 0{,}01$: