Exercice 1

1) $f(-14) = -4$ $\quad f(-6) = 6$ $\quad f(8) = 8$

$f'(-14) = -3{,}5$ $\quad f'(-6) = 0$ $\quad f'(8) = 4$

2) tangente en D $\quad f(-2) = -6 \quad f'(-2) = 1{,}5$

$$y = 1{,}5\,(x+2) - 6$$
$$y = 1{,}5\,x - 3$$

3) tangente en F $\quad f(14) = 14 \quad f'(14) = -1$

$$y = -1\,(x - 14) + 14$$
$$y = -x + 28$$

Exercice 2

1) a) $$\frac{f(3+h) - f(3)}{h} = \frac{-2(3+h)^2 + (3+h) + 1 - (-14)}{h} = \frac{-2h^2 - 11h}{h} = -2h - 11$$

b) $\lim\limits_{h \to 0} (-2h - 11) = -11$ on a donc $f'(3) = -11$

2) a)

$$\frac{g(9+h) - g(9)}{h} = \frac{\sqrt{9+h} - \sqrt{9}}{h} = \frac{(\sqrt{9+h} - 3)(\sqrt{9+h} + 3)}{h(\sqrt{9+h} + 3)}$$

$$= \frac{(9+h) - 9}{h(\sqrt{9+h} + 3)} = \frac{\cancel{h}}{\cancel{h}\,\sqrt{9+h} + 3} = \frac{1}{\sqrt{9+h} + 3}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{g(9+h) - g(9)}{h} = \frac{1}{3+3} = \frac{1}{6}$$

donc $g'(9) = \frac{1}{6}$

Exercice 3

1) $g'(x) = \dfrac{1}{(x+5)^2}$

dérivable sur $]-\infty;-5[\cup]-5;+\infty[$

2) $h'(x) = \dfrac{3}{2\sqrt{3x+2}}$

dérivable sur $]-\frac{2}{3};+\infty[$

3) $k(x) = 8(2x+3)^3$

dérivable sur $\mathbb{R}$

Exercice 4

1) Ensemble de définition : $D_f =]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ 0,5

2) f est dérivable sur D_f

$$f'(x) = \frac{2x(x+1)-(x^2+3)}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$$ 1

3) $\forall x \in D_f \quad (x+1)^2 > 0$

le signe de $f'(x)$ dépend du signe de x^2+2x-3 ← positif sauf entre les racines éventuelles

$x^2+2x-3=0$ $+1$ est une racine évidente

$(x-1)(x+3)=0$ -3 est la deuxième racine 0,5

4)

x	-10		-3		-1		1		10
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
f	$-\frac{103}{9}$	↗	-6	↘	$\|\|$	↘	2	↗	$\frac{103}{11}$

2

$f(-10) = -\frac{103}{9}$

$f(-3) = -6$

$f(1) = 2$

$f(10) = \frac{103}{11}$

Exercice 5

1) $C(0) = 300$ € 0,5

Il s'agit du coût pour aucune boîte fabriqué (coût fixe)

2) $C(30) = 627$ 0,5

le coût pour 30 boîtes est 627 €.

3) $R(x) = 50x$ 0,5

4) $B(x) = R(x) - C(x)$

$B(x) = 50x - (0{,}23x^2 + 4x + 300)$

$B(x) = -0{,}23x^2 + 46x - 300$ 0,5

5) $B(5) = -75{,}75$ € 0,5

le bénéfice est négatif, c'est à dire que pour 5 boîtes fabriqués et vendues, l'artisan perd de l'argent.

6) On cherche pour quelles valeurs de x le bénéfice est positif

$-0{,}23x^2 + 46x - 300$ est négatif sauf entre les racine si elles existent.

$\Delta = (46)^2 - 4(-0{,}23)(-300) = 1840 = (4\sqrt{115})^2$ 1

$x_1 = 100 + \dfrac{200\sqrt{115}}{23} \approx 193{,}25$

$x_2 = 100 - \dfrac{200\sqrt{115}}{23} \approx 6{,}75$

x	0		x_2		x_1		200
$B(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

S'il veut faire un bénéfice il doit fabriquer entre 7 et 193 boîtes

$n \in [\![7 ; 193]\!]$

7) $B'(x) = -0{,}46x + 46$ 1

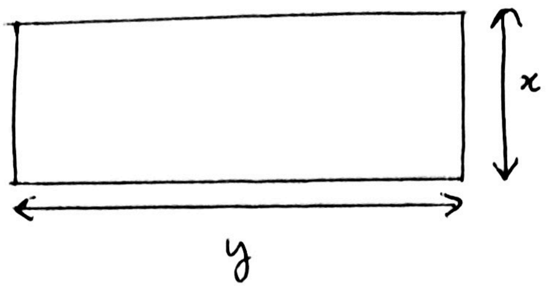
$-0{,}46x + 46 \geq 0 \iff 46 \geq 0{,}46x \iff 100 \geq x$

$B(100) = 2000$ €

le bénéfice max est 2000 € pour 100 boîts vendues.

x	0		100		200
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
B	-300	$\nearrow$	2000	$\searrow$	-300

Exercice 6 (bonus)



$$xy = 64$$
$$y = \frac{64}{x}$$

$$P(x) = 2(x+y)$$
$$P(x) = 2x + 2 \times \frac{64}{x}$$
$$P(x) = \frac{2x^2 + 128}{x}$$

$$P'(x) = \frac{4x \times x - (2x^2+128)}{x^2} = \frac{2x^2 - 128}{x^2}$$

$x^2 > 0$ le signe de $P'(x)$ dépend du signe de $2x^2 - 128$

$$2x^2 - 128 = 2(x^2 - 64) = 2(x-8)(x+8)$$

	-8		8	
$+$	0	$-$	0	$+$

x	0		8
$P'(x)$		$-$	
P		$\searrow$	32

Conclusion :

Le périmètre est minimal si $x = 8$ c'est à dire si le rectangle est un carré.