Exercice 1

1) $\Delta = 9 - 4(1)(-10) = 49 = 7^2$ $\quad \Delta > 0$

$$x_1 = \frac{3+7}{2} = 5 \qquad x_2 = \frac{3-7}{2} = -2$$

$$S = \{-2 ; 5\}$$

2) a) $x^2 - x - 20$

$\Delta = 81 = (9)^2$

$x_1 = -4 \quad x_2 = 5$

x	$-\infty$		-4		0		5		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
(x^2-x-20)		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$x(x^2-x-20)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$$S =]-4 ; 0[\cup]5 ; +\infty[$$

b) $5 - 2x \geq 0 \iff 5 \geq 2x \iff x \leq \frac{5}{2}$

$-x^2 + 2x + 8 = 0$

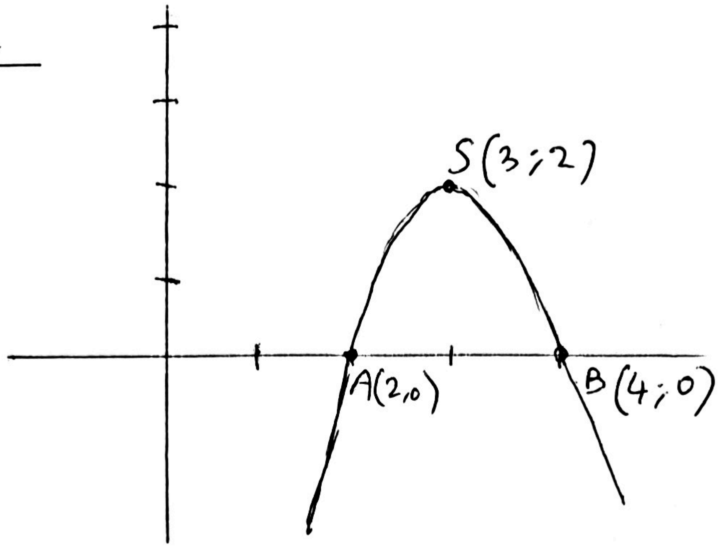
$\Delta = 36 = (6)^2$

$x_1 = -2 \quad x_2 = 4$

x	$-\infty$		-2		$\frac{5}{2}$		4		$+\infty$
$5-2x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$-x^2+2x+8$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$\frac{5-2x}{-x^2+2x+8}$		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

$$S =]-\infty ; -2[\cup [\tfrac{5}{2} ; 4[$$

Exercice 2



1) $f(x) = a(x-2)(x-4)$ (Car on sait que la courbe coupe l'axe des abscisses en $A(2;0)$ et $B(4;0)$ par symétrie)

$f(3) = 2 \iff a(3-2)(3-4) = 2 \iff -a = 2 \iff a = -2$

Conclusion : la forme factorisée est

$$f(x) = -2(x-2)(x-4)$$

2) En développant la forme factorisée, on obtient

$$f(x) = -2x^2 + 12x - 16$$

3) Tableau de variations

x	$-\infty$	3	$+\infty$
f	$\nearrow$	2	$\searrow$

4) voir ci-dessus

Exercice 3

$f(x) = x^2 - 2x - 8$

1) $\Delta = 4 - 4(1)(-8) = 36 = 6^2$ $\quad \Delta > 0$

$x_1 = \frac{2-6}{2} = -2$ $\qquad x_2 = \frac{2+6}{2} = 4$

2) $f(x) = (x-1)^2 - 1 - 8$

$f(x) = (x-1)^2 - 9$ ← forme canonique

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f		↘	-9	↗	

3) $f(x) = (x+2)(x-4)$

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 4 :

Remarque : si $m=0$ c'est du 1er degré, il y a 1 solution

$\Delta(m) = 4 - 4m(m+1)$

$\Delta(m) = -4m^2 - 4m + 4$

$\Delta(m) = 4(-m^2 - m + 1)$

$\Delta = 1 - 4(-1)(1)$

$\Delta = 5 > 0$

$m_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{-2} = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

$m_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

m	$-\infty$		m_1		0		m_2		$+\infty$
$\Delta(m)$		$-$	0		$+$		0	$-$	

* L'équation initiale a deux solutions si $\Delta(m) > 0$ c'est à dire si $m \in \left]\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; 0\right[\cup \left]0; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right[$

* L'équation a une unique solution si $\Delta(m) = 0$ ou si $m = 0$

$m \in \left\{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; 0; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right\}$

* L'équation n'a pas de solution

$m \in \left]-\infty; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right[\cup \left]\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right[$

Exercice 5

Soit $T(x)$ l'aire du triangle

$$T(x) = \frac{1}{2}(2x \times 1) = x$$

Soit $R(x)$ l'aire du rectangle

$$R(x) = (1-2x)(1-2x) = 4x^2 - 4x + 1$$

Soit $M(x)$ l'aire de la maison

$$M(x) = T(x) + R(x) = 4x^2 - 3x + 1$$

$$M(x) = 4\left(x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}\right)$$

$$= 4\left[\left(x - \frac{3}{8}\right)^2 - \frac{9}{64} + \frac{1}{4}\right]$$

$$= 4\left(x - \frac{3}{8}\right)^2 + \frac{7}{16} \quad \leftarrow \text{forme canonique}$$

On obtient ainsi le tableau de variations et la valeur de x pour laquelle l'aire est minimale, c'est à dire $x = \frac{3}{8}$

x	0		$3/8$		$1/2$
M		$\searrow$	$7/16$	$\nearrow$	