Exercice 1 (4 points)

Calculer la dérivée puis étudier les variations.

$f(x) = (x+5)e^x$

$g(x) = \dfrac{2x-3}{e^x}$

Exercice 2 (3 points)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes,

$\dfrac{e^{4x}}{e^{-4x-13}} = e^{-x^2-2}$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante.

$e^{-2x-1} > 1$

Exercice 3 (7 points)

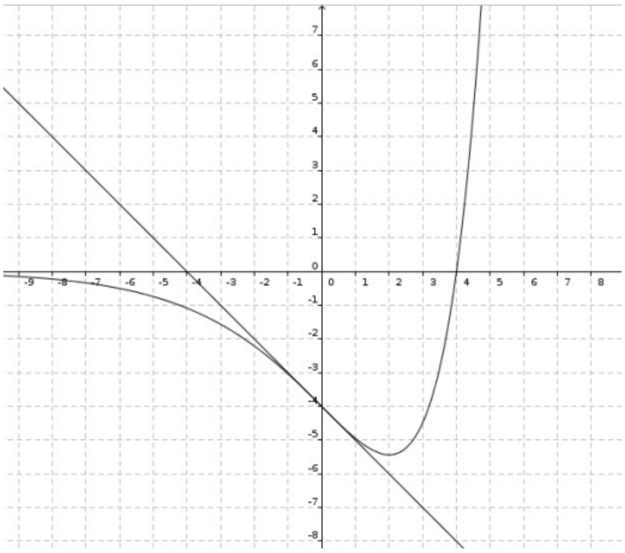
Une entreprise fabrique x centaines d'objets, où $x \in [0;40]$.
On suppose que toute la production de l'entreprise est vendue, et que le bénéfice, en milliers d'euros, de cette entreprise, peut être modélisé par la fonction f définie sur $[0;40]$ par

$$f(x) = (10x - 10)\mathrm{e}^{-0,1x}$$

1. Déterminer la perte de l'entreprise lorsqu'il n'y a pas de production.
2. Quelle doit être la production de l'entreprise pour réaliser un bénéfice maximal ? Quel sera alors le montant de ce bénéfice ?
3. A partir de quelle quantité produite et vendue, l'entreprise réalise un bénéfice ?

Exercice 4 (6 points)

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, la courbe $\mathcal{C}$ ci-contre représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
On a tracé la tangente $\mathcal{T}$ à la courbe $\mathcal{C}$ au point A(0 ; −4).



On désigne par f' la fonction dérivée de f.

1. a) Donner la valeur de $f(0)$.
   b) Déterminer la valeur de $f'(0)$.
2. a) On admet qu'il existe deux réels a et b tels que, pour tout réel x, $f(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{0,5x}$.
   Vérifier que pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{1}{2}(ax+2a+b)\mathrm{e}^{0,5x}$.
   b) Utiliser les résultats précédents pour déterminer les valeurs exactes des réels a et b.