Exercice 1

$f'(x) = e^x + (x+5)e^x$

$f'(x) = (x+6)e^x$

$u(x) = 2x-3$

$u'(x) = 2$

$v(x) = e^x$

$v'(x) = e^x$

$$g'(x) = \frac{2e^x - (2x-3)e^x}{(e^x)^2}$$

$$g'(x) = \frac{(-2x+5)\cancel{e^x}}{e^x \times \cancel{e^x}}$$

$$g'(x) = \frac{5-2x}{e^x}$$

Exercice 2

1) $e^{4x-(-4x-13)} = e^{-x^2-2}$

$\Leftrightarrow e^{8x+13} = e^{-x^2-2}$

$\Leftrightarrow 8x+13 = -x^2-2$ la fonction $x \to e^x$ est strictement croissante

$\Leftrightarrow x^2+8x+15 = 0$

$\Delta = 4$

$x_1 = -5$ ou $x_2 = -3$

$S = \{-5;-3\}$

2) $e^{-2x-1} > e^0 \Leftrightarrow -2x-1 > 0$ car $x \to e^x$ est strictement croissante

$\Leftrightarrow 2x < -1 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$

$S =]-\infty ; -\frac{1}{2}[$

Exercice 3

1) coûts fixes

$f(0) = (-10)e^{0} = -10 \text{ K€}$

2) $\forall x \in [0;40]$

$f'(x) = 10\, e^{-0,1x} - 0,1\,(10x - 10)\, e^{-0,1x}$

$f'(x) = (-x + 11)\, e^{-0,1x}$ Il faut factoriser la dérivée pour pouvoir étudier son signe

le signe de $f'(x)$ est le signe de $-x+11$ car $e^{-0,1x} > 0$

$-x + 11 \geq 0 \iff x \leq 11$

x	0		11		40
$f'(x)$		+	0	−	
f	-10	↗	$\approx 33,29$	↘	$\approx 7,14$

le bénéfice est maximal pour 1100 objets produits et vendus

Ce bénéfice maximal est alors d'environ 7143 €.

3) On cherche $x \in [0;40]$ tel que le bénéfice est positif

$f(x) \geq 0 \iff (10x - 10)\, e^{-0,1x} \geq 0 \iff 10x - 10 \geq 0$

$\iff 10x \geq 10 \iff x \geq 1$

le bénéfice est strictement positif à partir de 101 objets produits et vendus.

Exercice 4

1) a) $f(0) = -4$

b) $f'(0) = -1$ (coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 0)

2) a) $f'(x) = a e^{0,5x} + 0,5(ax+b)e^{0,5x}$

$f'(x) = [0,5ax + a + 0,5b] e^{0,5x}$

$f'(x) = \frac{1}{2}[ax + 2a + b] e^{0,5x}$

b) $\begin{cases} f(0) = -4 \\ f'(0) = -1 \end{cases} \iff \begin{cases} b = -4 \\ \frac{1}{2}(2a+b) = -1 \end{cases} \iff \begin{cases} b = -4 \\ a - 2 = -1 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$

Finalement, on obtient $f(x) = (x-4)e^{0,5x}$