Exercice 1

1) a) $x^2 - x - 12 = 0$

$\Delta = 1 - 4(1)(-12) = 49 > 0$

$\Delta = 7^2$

$S = \{-3 ; 4\}$

b) $x(x^2 + 6x + 7) = 0$

$x = 0$ ou $x^2 + 6x + 7 = 0$

$\Delta = 36 - 4 \times 7 = (2\sqrt{2})^2$

$x_1 = -3 - \sqrt{2}$

$x_2 = -3 + \sqrt{2}$

$S = \{-3-\sqrt{2} ; -3+\sqrt{2} ; 0\}$

2) a) $-2x^2 + 5x - 3 < 0$

$-2(x-1)(x-\frac{3}{2}) < 0$

x	$-\infty$		1		$3/2$		$+\infty$
$-2x^2+5x-3$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$S =]-\infty ; 1[\cup]\frac{3}{2} ; +\infty[$

b) $\dfrac{-2x^2 - 9x + 5}{x+2} \geqslant 0$

x	$-\infty$		-5		-2		$1/2$		$+\infty$
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$-2x^2-9x+5$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$\dfrac{-2x^2-9x+5}{x+2}$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

$S =]-\infty ; -5] \cup]-2 ; \frac{1}{2}]$

Exercice 2

1) $f(x) = a(x+3)(x-2)$

$f(1) = 1 \iff a(1+3)(1-2) = 1 \iff -4a = 1 \iff a = -\frac{1}{4}$

donc $f(x) = -\frac{1}{4}(x+3)(x-2)$

2) En développant l'expression factorisée, on obtient

$f(x) = -\frac{1}{4}(x^2 + 3x - 2x - 6)$

$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$ on a donc $\begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = -\frac{1}{4} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}$

3) Tableau de signes

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Exercice 3

1) $f(x) = 3\left(x^2 + 4x + \frac{7}{3}\right)$

$f(x) = 3\left[(x+2)^2 - 4 + \frac{7}{3}\right]$

$f(x) = 3\left[(x+2)^2 - \frac{12}{3} + \frac{7}{3}\right]$

$f(x) = 3(x+2)^2 - 5$

2) Tableau de variations

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
f		$\searrow$	-5	$\nearrow$	

$S(-2;-5)$

3) Puisque le sommet a sa deuxième coordonnée négative $-5<0$
On sait que la parabole coupe l'axe des abscisses donc l'équation $f(x)=0$ a obligatoirement 2 solutions

$$\Delta = 144 - 4(3)(7) = 60 = (2\sqrt{15})^2$$

$$x_1 = \frac{-12+2\sqrt{15}}{6} = \frac{-6+\sqrt{15}}{3}$$

$$x_2 = \frac{-6-\sqrt{15}}{3}$$

Finalement la forme factorisée est :

$$f(x) = 3\left(x + \frac{6+\sqrt{15}}{3}\right)\left(x - \frac{6-\sqrt{15}}{3}\right)$$

Exercice 4

1) $f(x) = x^2 + mx + m + 1$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = m \\ c = m+1 \end{cases}$$

$$\Delta = m^2 - 4(1)(m+1)$$

$$\Delta = m^2 - 4m - 4$$

Il faut calculer le discriminant

$$\Delta' = 16 - 4(1)(-4) = 32 = (4\sqrt{2})^2$$

$$m_1 = \frac{4-4\sqrt{2}}{2} = 2-2\sqrt{2}$$

$$m_2 = 2+2\sqrt{2}$$

On obtient le tableau de signe de Δ

m	$-\infty$		$2-2\sqrt{2}$		$2+2\sqrt{2}$		$+\infty$
$\Delta(m) = m^2-4m-4$		$+$	0	$-$	0	$+$	

a) L'équation $f(x) = 0$ a une unique solution si $m = 2-2\sqrt{2}$ ou si $m = 2+2\sqrt{2}$

b) L'équation $f(x) = 0$ a deux solutions distinctes si $\Delta > 0$ c'est à dire si $m \in]-\infty ; 2-2\sqrt{2}[\cup]2+2\sqrt{2} ; +\infty[$

2) On cherche ici les valeurs de m pour lesquelles la parabole est au-dessus strictement de l'axe des abscisses. Il faut que $\Delta < 0$

$$m \in]2-2\sqrt{2} ; 2+2\sqrt{2}[$$

Exercice 5

1) $\mathcal{A}_{APIQ} = x^2$

2) $\mathcal{A}_{ISCR} = (5-x)^2$

3) $$x^2 + (5-x)^2 = \frac{3}{4} \times 5^2$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + 25 + x^2 - 10x = 18{,}75$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x^2 - 10x + 6{,}25 = 0$$

$$\Delta = 100 - 4(2)(6{,}25) = 50 = \left(5\sqrt{2}\right)^2$$

$$x_1 = \frac{10 - 5\sqrt{2}}{4} \qquad x_2 = \frac{10 + 5\sqrt{2}}{4}$$

$$S = \left\{ \frac{10-5\sqrt{2}}{4} ; \frac{10+5\sqrt{2}}{4} \right\}$$

Il y a deux valeurs qui répondent au problème : x_1 et x_2.