Exercice 1

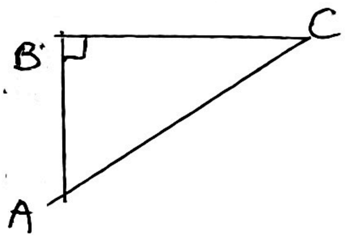
1) $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = \|\vec{AB}\| \times \|\vec{AC}\| \times \cos(\vec{AB},\vec{AC})$

$= 6 \times 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

$= -15$

2) $\vec{AB}\begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix}-1\\-6\end{pmatrix}$ $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = (-3)(-1)+(-1)(-6) = 9$

3)

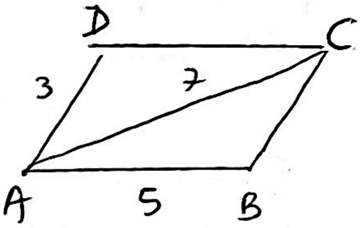


$\vec{AB}\cdot\vec{AC} = \vec{AB}\cdot(\vec{AB}+\vec{BC}) = \vec{AB}\cdot\vec{AB} = 36$

4) $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = 6 \times 3 \times (-1) = -18$

Exercice 2

1)



$\vec{AB}\cdot\vec{AD} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{AB}+\vec{AD}\|^2 - \|\vec{AB}\|^2 - \|\vec{AD}\|^2\right)$

$= \frac{1}{2}\left(AC^2 - AB^2 - AD^2\right)$

$= \frac{1}{2}\left(49 - 25 - 9\right)$

$= 7,5$

2) $\vec{AB}\cdot\vec{AD} = \|\vec{AB}\| \times \|\vec{AD}\| \times \cos(\widehat{BAD})$

$\frac{7,5}{5 \times 3} = \cos(\widehat{BAD})$

$\widehat{BAD} = 60°$

3) a) $(\vec{BA}+\vec{AD})^2 = \|\vec{BA}\|^2 + 2\,\vec{BA}\cdot\vec{AD} + \|\vec{AD}\|^2$

$\Leftrightarrow \|\vec{BA}+\vec{AD}\|^2 = \|\vec{BA}\|^2 + 2\,\vec{BA}\cdot\vec{AD} + \|\vec{AD}\|^2$

$\Leftrightarrow BD^2 = BA^2 + 2\,\vec{BA}\cdot\vec{AD} + AD^2$

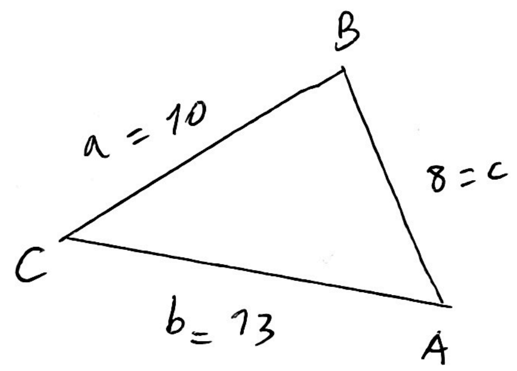
b) $BD^2 = BA^2 - 2\,\vec{AB}\cdot\vec{AD} + AD^2$

$BD^2 = 25 - 15 + 9$

$BD^2 = 19$

$BD = \sqrt{19}$ (car on cherche un nombre positif)

Exercice 3



Al-Kashi

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\hat{B}$

$\Leftrightarrow b^2 - a^2 - c^2 = -2ac\cos\hat{B}$

$\Leftrightarrow \cos\hat{B} = \dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$

$\Leftrightarrow \cos\hat{B} = \dfrac{100+64-169}{160}$

$\Leftrightarrow \cos\hat{B} = -\dfrac{1}{32}$

$\hat{B} \approx 92°$

Exercice 4

1) $f'(x) = 3x^2 - 12$

2) Etude du signe de $f'(x)$

$f'(x) \geq 0 \iff 3x^2 - 12 \geq 0 \iff 3x^2 \geq 12 \iff x^2 \geq 4$

$\iff x \leq -2$ ou $x \geq 2$

x	-10		-2		2		10
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\mathcal{C}_f$ admet des tangentes là où la dérivée s'annule, c'est à dire en $x = -2$ et en $x = 2$.

3) Tangente en -1

$y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$y = -9(x-1) + (-4)$

$y = -9x + 5$

4)

x	-10		-2		2		10
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	-873	$\nearrow$	23	$\searrow$	-9	$\nearrow$	887

5) On cherche a tel que $f'(a) = -\frac{11}{3}$

$\iff 3x^2 - 12 = -\frac{11}{3} \iff 3x^2 = \frac{25}{3} \iff x^2 = \frac{25}{9}$

$\iff x = -\frac{5}{3}$ ou $x = \frac{5}{3}$

Il existe donc deux tangentes parallèles à la droite (d).

Exercice 5

1) Aire du triangle OME = Aire du triangle NLZ = $\frac{x(2-x)}{2}$

Aire du triangle NIE = Aire du triangle AOZ = $\frac{x(4-x)}{2}$

$$\mathcal{A}(x) = \text{Aire}_{AMIL} - \left(2\,\text{Aire}_{OME} + 2\,\text{Aire}_{NIE}\right)$$

$$\mathcal{A}(x) = 8 - \left[x(2-x) + x(4-x)\right]$$

$$\mathcal{A}(x) = 8 - (2x - x^2 + 4x - x^2)$$

$$\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 6x + 8$$

2) $x \in [0 ; 2]$

$\mathcal{A}'(x) = 4x - 6$

Etude du signe de $\mathcal{A}'(x)$

$4x - 6 \geqslant 0 \iff 4x \geqslant 6 \iff x \geqslant 1{,}5$

On obtient le tableau suivant

x	0		$1{,}5$		2
$\mathcal{A}'(x)$		$-$	0	$+$	
$\mathcal{A}$	8	$\searrow$	$3{,}5$	$\nearrow$	4

Conclusion : L'aire du parallélogramme est minimale quand $ME = 1{,}5$