

Exercice 1 (5 points)

1) On considère la fonction g définie, dérivable sur \mathbb{R} et définie comme suit :

$$g(x) = (x - 2)e^{-2x+6} + 3$$

a) Déterminer une expression de la dérivée de g .

b) Donner le tableau de signes de cette dérivée sur \mathbb{R} .

c) En déduire le tableau de variations de g sur \mathbb{R} .

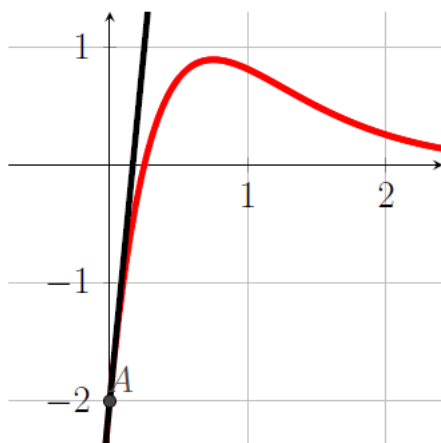
2) Le bénéfice (en millions d'euros) d'une grande entreprise en fonction de la quantité x (en tonnes) de métal vendu est donné par la fonction g .

a) Quelle quantité minimale doit vendre l'entreprise pour réaliser un bénéfice.

b) Quel est le bénéfice maximal ? Pour quelle quantité de métal vendu ?

Exercice 2 (5 points)

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0; 5]$ par : $f(x) = (ax + b)e^{-2x}$ où a et b sont des nombres réels. La courbe C représentative de f est donnée ci-dessous.



La courbe C et la droite D passent toutes les deux par le point $A(0; -2)$

La droite D est tangente à la courbe C au point A et son équation est $y = 12x - 2$

1) Donner $f(0)$

2) En déduire la valeur de b

3) Montrer que pour tout x de l'intervalle $[0; 5]$, on a : $f'(x) = (-2ax + a + 4)e^{-2x}$

4) Donner $f'(0)$

5) Déduire a des questions précédentes.

6) Donner l'expression de $f'(x)$.

7) Préciser le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 5]$.

8) En déduire le sens de variation de f sur $[0; 5]$.

Exercice 3 (4 points)

Une société assure annuellement les téléviseurs d'une chaîne hôtelière de luxe. Chaque téléviseur est assuré pour 40 €.

Le risque qu'un problème mineur survienne dans l'année est de 10 %. Le coût du sinistre pour l'assureur est alors de 120 € (en moyenne).

Le risque qu'un problème majeur survienne dans l'année est de 2 %. Le coût du sinistre pour l'assureur est alors de 1 020 € (en moyenne).

Soit X la variable aléatoire donnant le gain algébrique annuel de l'assureur par contrat pour un téléviseur.

Les valeurs prises par X sont donc 40, -80 et -980.

- 1) Donner la loi de probabilité de X .
- 2) Combien l'assureur peut-il espérer gagner en moyenne par contrat ?

Exercice 4 (6 points)

Un sac contient quatre jetons, indiscernables au toucher, dont les faces portent les numéros de 1 à 4.

On tire successivement et avec remise deux jetons.

On considère la somme S des nombres inscrites sur les deux jetons.

- 1) Déterminer l'ensemble des valeurs prises par S .
- 2) Donner la loi de probabilité de S .
- 3) Déterminer la probabilité des événements suivants :

A : "S est un nombre pair"

B : "S est un nombre impair"

C : "S n'est pas un multiple de 3"

D : "S est un nombre impair multiple de 3"

Exercice 5 (Bonus)

Une urne contient une boule rouge et n boules blanches.

On tire successivement et avec remise deux boules de l'urne.

- 1) Exprimer en fonction de n la probabilité des événements suivants :

M : "les deux boules tirées sont de la même couleur"

N : "Les deux boules tirées sont de couleurs différentes"

On pourra s'aider d'un arbre pondéré

- 2) On considère le jeu suivant :
 - Le joueur perd $(n + 1)^2$ € si M est réalisé
 - Le joueur gagne $2(n + 1)^2$ € sinon

On appelle X la variable aléatoire égale au gain (positif ou négatif) du joueur.

- a) Déterminer la loi de probabilité de X .
- b) Démontrer que $E(X) = -n^2 + 4n - 1$
- c) Pour quelles valeurs de n le jeu est-il favorable au joueur ?
- d) Si on laisse choisir au joueur le nombre de boules blanches, que doit-il répondre ?