<u>Exercice 1</u>

1) a) $g'(x) = e^{-2x+6} - 2(x-2)\,e^{-2x+6}$

$g'(x) = (-2x+5)\,e^{-2x+6}$

b) le signe de $g'(x)$ dépend du signe de $-2x+5$

$-2x+5 \geqslant 0 \iff 5 \geqslant 2x \iff \frac{5}{2} \geqslant x \iff x \leqslant 2,5$

c)

x	0		2,5		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	−	
g	$g(0)$	$\nearrow$	$g(2,5)$	$\searrow$	3

$g(0) \approx -804,858$

$g(2,5) \approx 4,359$

2 a) On veut résoudre l'inéquation $g(x) = 0$
On peut utiliser la calculatrice. Soit α la solution

$1 < \alpha < 2$

$1,7 < \alpha < 1,8$

$1,75 < \alpha < 1,76$

$1,752 < \alpha < 1,753$

Pour réaliser un bénéfice, l'entreprise doit vendre au moins 1,753 tonnes de métal.

b) Le bénéfice maximal est atteint pour 2,5 tonnes vendues, il est d'environ 4,359 M€.

Exercice 2

1) $f(0) = -2$

2) $f(0) = (a \times 0 + b)e^{0} \Leftrightarrow f(0) = b$ d'où $b = -2$

3) $f(x) = (ax+b)e^{-2x}$

$f'(x) = a e^{-2x} - 2(ax+b)e^{-2x}$

$f'(x) = (-2ax + a - 2b)e^{-2x}$

$f'(x) = (-2ax + a + 4)e^{-2x}$ (avec $b = -2$)

4) $f'(0)$ correspond au coefficient directeur de la tangente en 0

donc $f'(0) = 12$

5) $f'(0) = 12 \Leftrightarrow (-2a \times 0 + a + 4)e^{0} = 12$

$\Leftrightarrow a + 4 = 12$

$\Leftrightarrow a = 8$

6) $f'(x) = (-16x + 12)e^{-2x}$

7) le signe de $f'(x)$ est le signe de $-16x+12$ car $e^{-2x} > 0$

$-16x + 12 \geq 0$

$\Leftrightarrow -16x \geq -12$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{12}{16}$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{3}{4}$

8)

x	0		$3/4$		5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	-2	$\nearrow$	$f(3/4)$	$\searrow$	$f(5)$

Exercice 3

$X(\Omega) = \{+40\ ;\ -80\ ;\ -980\}$

1)

x_i	-980	-80	40
p_i	$0{,}02$	$0{,}1$	$0{,}88$

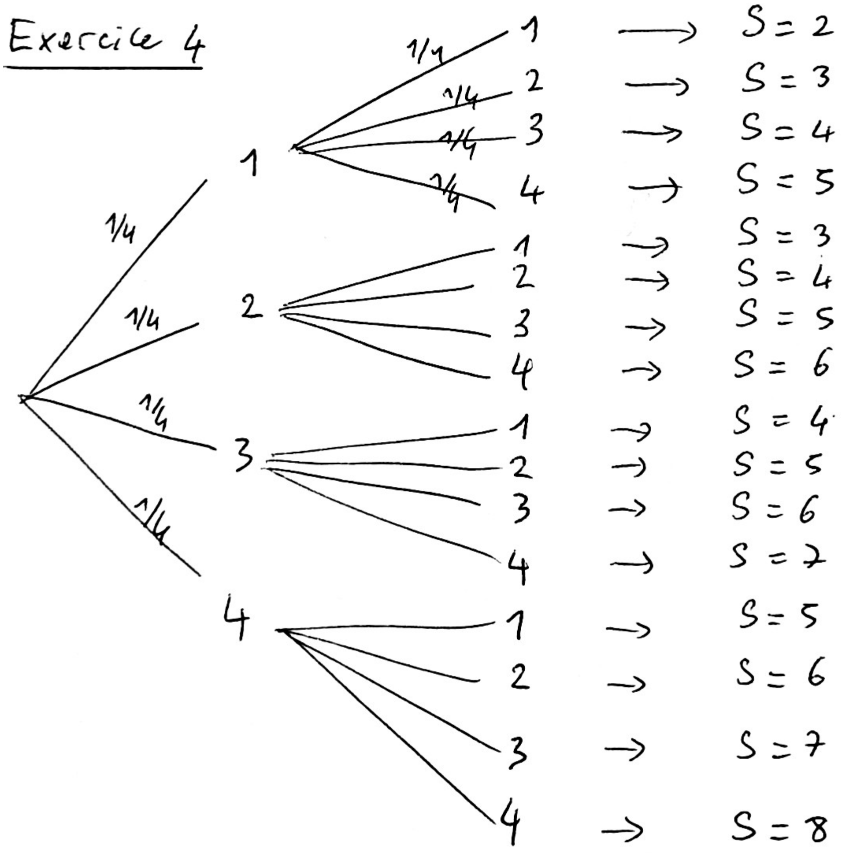
2) On calcule l'espérance

$$E(X) = -980 \times 0{,}02 - 80 \times 0{,}1 + 40 \times 0{,}88$$

$$E(X) = 7{,}6$$

En moyenne l'assureur gagne 7,6 € par contrat.

Exercice 4



) $S(\Omega) = \{2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 5\ ;\ 6\ ;\ 7\ ;\ 8\}$

)

s_i	2	3	4	5	6	7	8
p_i	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

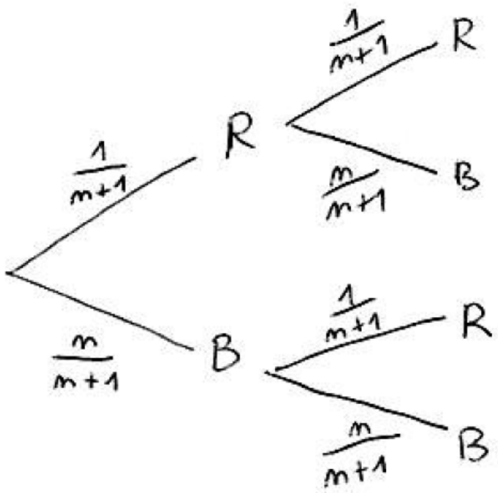
3) $P(A) = \frac{1}{2}$

$P(B) = \frac{1}{2}$

$P(C) = \frac{11}{16}$

$P(D) = \frac{1}{8}$

Exercice 5 (bomus)



$$p(M) = p(RR) + p(BB) = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{1}{n+1} + \frac{n}{n+1} \cdot \frac{n}{n+1} = \frac{1+n^2}{(n+1)^2}$$

$$p(N) = p(RB) + p(BR) = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{n}{n+1} + \frac{n}{n+1} \cdot \frac{1}{n+1} = \frac{2n}{(n+1)^2}$$

2 a)

x_i	$-(n+1)^2$	$2(n+1)^2$
p_i	$\dfrac{n^2+1}{(n+1)^2}$	$\dfrac{2n}{(n+1)^2}$

b) $$E(X) = -(n+1)^2 \cdot \frac{n^2+1}{(n+1)^2} + 2(n+1)^2 \cdot \frac{2n}{(n+1)^2}$$

$$E(X) = -(n^2+1) + 4n$$

$$E(X) = -n^2 + 4n - 1$$

c) le jeu est favorable au joueur si $E(X) > 0$

$$\Delta = 12 = (2\sqrt{3})^2$$

$n_1 = 2 - \sqrt{3} \approx 0{,}3$ $\qquad$ $n_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3{,}7$

n		n_1		$n2$	
$-n^2+4n+1$	$-$	0	$+$	0	$-$

$$-n^2 + 4n - 1 > 0 \iff n \in \{1;2;3\}$$

d) L'intérêt du joueur est d'avoir l'espérance la plus élevée

le sommet de la parabole d'équation $y = -x^2 + 4x - 1$

est atteint entre les deux racines

$$\frac{n_1 + n_2}{2} = 2$$

L'espérance est maximale pour $n = 2$ et dans ce cas $E(X) = 3$