Exercice 1

1) L5 `while Q(t) > 0.01 :`
L6 `    t = t + 1`
L7 `print (t)`

2) $t = 21$
21 heures sont nécessaires pour passer en dessous de 0,01

Exercice 2

1) $f(0) = 2$ $\qquad f'(0) = 0$

2) $f(x) = (b - x)e^{ax}$

$f'(x) = -e^{ax} + a(b-x)e^{ax}$

$f'(x) = (-ax + ab - 1)e^{ax}$

3) $\begin{cases} f(0) = 2 \\ f'(0) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} b = 2 \\ (ab-1) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} b = 2 \\ ab = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases}$

On obtient

$$f(x) = (2 - x)e^{0,5x}$$

Exercice 3

a) $f'(x) = e^x - 1$

$e^x - 1 \geq 0 \iff e^x \geq 1 \iff e^x \geq e^0 \iff x \geq 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f		$\searrow$	1	$\nearrow$	

b) $g(x) = x^2 e^x$

$g'(x) = 2x\,e^x + x^2 e^x$

$g'(x) = (x^2 + 2x)e^x$

$g'(x) = x(x+2)\,e^x$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
g		$\nearrow$	$4e^{-2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	

c) $h(x) = (-x^2 + 3x - 1)e^x$

$h'(x) = (-2x+3)e^x + (-x^2+3x-1)e^x$

$h'(x) = (-x^2 + x + 2)\,e^x$

$\Delta = 9 \qquad x_1 = -1 \qquad x_2 = 2$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
h		$\searrow$	$h(-1)$	$\nearrow$	$h(2)$	$\searrow$	

$h(-1) = -5e^{-1}$

$h(2) = e^2$

Exercice 4

1) $e^{2x+1} = e^{-1} \iff 2x+1 = -1 \iff x = -1$

$S = \{-1\}$

2) $\dfrac{e^{-x+3}}{e^{-2x}} > e^{x^2-3} \iff e^{x+3} > e^{x^2-3} \iff x+3 > x^2-3$

$\iff x^2 - x - 6 < 0$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
x^2-x-6		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S =]-2;3[$

3) $e^{-x+3+3x} \leq e^1 \iff e^{2x+3} \leq e^1 \iff 2x+3 \leq 1$

$2x \leq -2 \iff x \leq -1$

$S =]-\infty ; -1]$

Exercice 5

1) $B'(x) = -e^{0,5x} + 0,5(3-x)e^{0,5x}$

$B'(x) = (-0,5x + 0,5)e^{0,5x}$

$B'(x) = 0,5\,(1-x)e^{0,5x}$

2) le signe de $B'(x)$ dépend du signe de $1-x$

car $0,5 > 0$ et $e^{0,5x} > 0$

$1 - x \geq 0 \iff x \leq 1$

x	0		1		3
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
B	3	$\nearrow$	$2e^{0,5}$	$\searrow$	0

3) le bénéfice maximal est atteint pour $x = 1$

$$B(1) = 2e^{0,5} \simeq 3,2974$$

bénéfice max est d'environ 3297 €.

4) $B(x) = 1 \Leftrightarrow B(x) - 1 = 0$

Par balayages successifs on trouve

$$2 < \alpha < 3$$
$$2,7 < \alpha < 2,8$$
$$2,74 < \alpha < 2,75$$
$$2,746 < \alpha < 2,747$$

$\alpha \approx 2,75$

5) Pour que le bénéfice soit supérieur à 1000 euros, il ne faut pas fabriquer plus de 274 téléphones.