Exercice 1

a) $U_0 = 62\,000$

$U_1 = 62\,000 \times 0{,}85 + 4500 = 57\,200$

$U_2 = 53\,120$

En 2021, il y a 57200 abonnés
En 2022, il y a 53120 abonnés

b) $\begin{cases} U_0 = 62\,000 \\ U_{n+1} = 0{,}85\, U_n + 4500 \end{cases}$

Exercice 2

1) $U_1 = \frac{4-5}{4} = -\frac{1}{4}$ $\quad U_2 = \frac{-\frac{1}{4}-5}{4} = -\frac{21}{16}$

Exercice 4

1) S_1 est la somme des termes d'une suite arithmétique u

avec $u_0 = 5$

$u_1 = 5 + 7$

$u_2 = 5 + 7 \times 2$

$\vdots$

$u_n = 5 + 7n$

$257 = 5 + 7n$

$252 = 7n$

$n = \frac{252}{7}$

$n = 36$

$S_1 = 5 + 12 + \cdots + 250 + 257$

$S_1 = 257 + 250 + \cdots + 12 + 5$

$$S_1 = \frac{262 \times 37}{2}$$

$$S_1 = 4847$$

2) S_2 est la somme des termes d'une suite arithmétique de raison $r = -8$ et de premier terme 100

$$u_n = 100 - 8n$$

$$-60 = 100 - 8n$$

$$8n = 160$$

$$n = 20$$

$$S_2 = 100 + 92 \quad \dots \quad -60$$

$$S_2 = -60 - 52 \quad \dots \quad +100$$

$$S_2 = \frac{40 \times 21}{2}$$

$$S_2 = 420$$

3) S_3 est la somme des termes d'une suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $q = -3$

$$S_3 = 1 + (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{11}$$

$$S_3 = \frac{1 - (-3)^{12}}{1 - (-3)}$$

$$S_3 = \frac{-531\,440}{4}$$

$$S_3 = -132\,860$$

4) $$S_4 = 4\left(1 + 4 + (4)^2 + \dots + (4)^6\right) = 4 \times \frac{1 - 4^7}{1 - 4}$$

$$S_4 = -\frac{4}{3} \times (-16\,383)$$

$$S_4 = 21\,844$$

Exercice 3

1) $W_{n+1} - W_n = -5 \times 3^{n+1} + 5 \times 3^n$

$= -5 \times 3^n (3 - 1)$

$= -5 \times 3^n \times 2$

$\forall n \in \mathbb{N}$ $\left.\begin{array}{l} 3^n > 0 \\ -5 < 0 \\ 2 > 0 \end{array}\right\}$ donc $W_{n+1} - W_n \leqslant 0$

$W_{n+1} \leqslant W_n$

donc (W_n) est décroissante

2) $X_{n+1} - X_n = -7 - 6(n+1) - (-7 - 6n)$

$= -6n - 6 + 6n$

$= -6$

$\leqslant 0$

donc (X_n) est une suite décroissante

3) $Y_{n+1} - Y_n = \dfrac{3}{n+1+2} - \dfrac{3}{n+2}$

$Y_{n+1} - Y_n = \dfrac{3(n+2) - 3(n+3)}{(n+3)(n+2)}$

$Y_{n+1} - Y_n = \dfrac{-3}{(n+3)(n+2)}$

$\forall n \in \mathbb{N}$ $(n+3)(n+2) > 0$ donc $\dfrac{-3}{(n+3)(n+2)} \leqslant 0$

d'où $\forall n \in \mathbb{N}$ $Y_{n+1} - Y_n \leqslant 0$

donc (Y_n) est décroissante

4) $\forall n \in \mathbb{N} \quad Z_{n+1} - Z_n = 2{,}4\,n$

$\forall n \in \mathbb{N} \quad 2{,}4\,n \geqslant 0$

d'où $\quad Z_{n+1} - Z_n \geqslant 0$

(Z_n) est donc une suite croissante

Exercice 5

On pouvait utiliser la méthode de son choix

Par Python

```
U = 5000
N = 0
while U < 15 000 :
    U = U * 1,03
    N = N + 1
print(N)
```

En exécutant, on trouve $N = 38$

Cette somme est multipliée par 3 au bout de 38 années complètes.

Exercice 6

1) $u_1 = 500$

$u_2 = 510$ $\times 1{,}02$

$u_3 = 520{,}2$ $\times 1{,}02$

2) $u_{n+1} = 1{,}02\, u_n$

(u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_1 = 500$ et de raison $q = 1{,}02$

3) On a la formule explicite

$$u_n = 500 \times 1{,}02^{n-1}$$

$$u_{20} = 500 \times 1{,}02^{19}$$

$$u_{20} = 728{,}406 \text{ €}$$

4)

$$S = 500 + 500 \times 1{,}02^1 + 500 \times 1{,}02^2 + \dots + 500 \times 1{,}02^{19}$$

$$S = 500 \left(1 + 1{,}02^1 + 1{,}02^2 + \dots + 1{,}02^{19}\right)$$

$$S = 500 \times \frac{1 - 1{,}02^{20}}{1 - 1{,}02}$$

$$S = 12\,148{,}7 \text{ €}$$

Au total, en restant 20 ans, il percevra 12 148,7 € en primes.