Exercice 1

1) $Df' =]0 ; +\infty[$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(2x+1) + 2\sqrt{x} = \frac{6x+1}{2\sqrt{x}}$$

2) $Dg' = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$

$$g'(x) = \frac{1}{(x+5)^2}$$

3) $Dh' = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{3}{2}\}$

$$h'(x) = \frac{8}{(2x+3)^2}$$

4) $Dk' = \mathbb{R}$

$$k'(x) = 8(2x+3)^3$$

Exercice 2

1) f est définie et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

2) $$f'(x) = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$$

$\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{-1\}$ $(x+1)^2 > 0$ donc le signe de $f'(x)$ dépend du signe du numérateur

$x-1 \geqslant 0 \iff x \geqslant 1$

$x+3 \geqslant 0 \iff x \geqslant -3$

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$	-6	$\searrow$	$\|\|$	$\searrow$	2	$\nearrow$	

$f(-3) = -6$

$f(1) = 2$

Exercice 3

1) $f(-6) \simeq 6{,}4$; $f'(-6) = 0$; $f(-5) = 5$; $f'(-5) = -2$;
$f(1) = 2$; $f'(1) = 4$

2) Equation de la tangente en $B(-5;5)$

$$y = -2(x+5)+5$$

$$\boxed{y = -2x-5}$$

3) Equation de la tangente en $C(-3;3)$

$$\boxed{y = 3}$$

Exercice 4

$$\mathcal{A}_{ENZO}(x) = 8 - \left[x(2-x) + x(4-x)\right]$$

$$\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 6x + 8$$

Etudions les variations sur l'ensemble de définition, c'est à dire sur $D\mathcal{A} = [0;2]$

$$\mathcal{A}'(x) = 4x - 6$$

$$4x - 6 \geqslant 0 \iff x \geqslant \frac{3}{2}$$

x	0		1,5		2
$\mathcal{A}'(x)$		$-$	0	$+$	
$\mathcal{A}$	8	↘	3,5	↗	4

$\mathcal{A}(1{,}5) = 3{,}5$
$\mathcal{A}(0) = 8$
$\mathcal{A}(2) = 4$

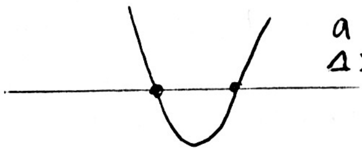
<u>Conclusion</u> : L'aire est minimale quand $x = 1{,}5$ u.l. (unité de longueur) et cette aire est alors égale à 3,5 u.a. (unité d'aire)

Exercice 5

1) Graphiquement,

x	-5		-4		2		3
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
h		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

2) a) $h'(x) = x^2 + 2x - 8$



$a > 0$
$\Delta > 0$

$\Delta = 4 - 4(1)(-8) = 36 > 0$

$\Delta = (6)^2$

$x_1 = \dfrac{-2-6}{2} = -4$ $\qquad$ $x_2 = \dfrac{-2+6}{2} = 2$

x	-5		-4		2		3
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
h	$\frac{73}{3}$	$\nearrow$	$\frac{83}{3}$	$\searrow$	$-\frac{25}{3}$	$\nearrow$	-5

$h(-4) = \dfrac{83}{3}$

$h(2) = -\dfrac{25}{3}$

$h(-5) = \dfrac{73}{3}$

$h(3) = -5$

on retrouve les variations trouvées au 1)

Exercice bonus

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f'(x) = 2ax + b$

$$\begin{cases} f(0) = -1 \\ f(-2) = -5 \\ f'(-2) = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} c = -1 \\ 4a - 2b + c = -5 \\ -4a + b = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} -4a + b = 1 \\ 4a - 2b = -4 \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 3 \\ c = -1 \end{cases}$$