## Exercice 1

a) $\vec{AB}.\vec{AC} = 4 \times 5 \times \cos 30 = 4 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$

b) $\vec{AB}.\vec{AC} = \vec{AB}.(\vec{AH}+\vec{HC}) = \vec{AB}.\vec{AH} = 5 \times 1 = 5$

c) $\vec{AB}.\vec{AC} = \vec{AB}.(\vec{AD}+\vec{DC}) = \vec{AB}.\vec{DC} = 4 \times 5 = 20$

d) $\vec{AB}.\vec{AC} = 4 \times 6 \times \cos 60 = 4 \times 6 \times \frac{1}{2} = 12$

e) $\vec{AB}.\vec{AC} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{AB}+\vec{AC}\|^2 - \|\vec{AB}\|^2 - \|\vec{AC}\|^2\right)$

$\vec{AB}.\vec{AC} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{AD}\|^2 - \|\vec{AB}\|^2 - \|\vec{AC}\|^2\right)$

$\vec{AB}.\vec{AC} = \frac{1}{2}\left(6^2 - 5^2 - 3^2\right)$

$\vec{AB}.\vec{AC} = \frac{1}{2}\left(36 - 25 - 9\right)$

$\vec{AB}.\vec{AC} = 1$

## Exercice 2

1) $f(0) = -2,5$

$f(2) = 0$

$f(4) = 2,5$

$f(8) = 1,5$

2) $f'(0) = 0$

$f'(2) = 2,5$

$f'(4) = 0$

$f'(8) = -\frac{1}{5}$

4) $S = ]0;4[$

3) $d_1 : y = -2,5$

$d_2 : y = 2,5x - 5$

$d_3 : y = 2,5$

$d_4 : y = -0,2x + 3,1$

Exercice 3

1) taux d'accroissement en 2

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \frac{(2+h)^2+(2+h)-1-5}{h} = \frac{h^2+5h}{h} = h+5$$

$$\lim_{h \to 0} h+5 = 5$$

Le nombre dérivé en 2 est 5 ce qui s'écrit aussi : $f'(2)=5$

2) a)

$$\frac{f(3+h)-f(3)}{h} = \frac{\frac{1}{3+h}-\frac{1}{3}}{h} = \frac{1}{h} \times \frac{3-(3+h)}{3(3+h)}$$

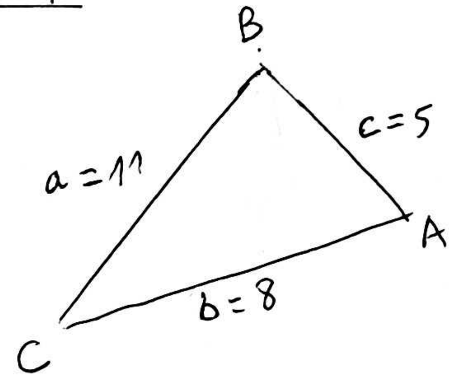
$$\frac{f(3+h)-f(3)}{h} = -\frac{1}{9+3h}$$

b) $$\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h} = \lim_{h \to 0} -\frac{1}{9+3h} = -\frac{1}{9}$$

Donc la fonction $f$ est dérivable en 3 et son nombre dérivé est $-\frac{1}{9}$

$f'(3) = -\frac{1}{9}$

Exercice 4




Formule d'Al-Kashi

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$$

Ce qui se traduit par

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \times AC \times AB \times \cos\hat{A}$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \times AC \times AB \times \cos \hat{A}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2 \times AC \times AB \times \cos \hat{A} = AC^2 + AB^2 - BC^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \cos \hat{A} = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2 \times AC \times AB}$$

Calculatrice

$$\cos \hat{A} = -\frac{2}{5}$$

On utilise $\cos^{-1}(-0,4)$
ou $\arccos(-0,4)$

$\hat{A} \approx 113,6°$ (arrondi au dixième)

$$\cos \hat{B} = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \times AB \times BC}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{41}{55}$$

$\hat{B} \approx 41,8°$

$$\cos \hat{C} = \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2 \times BC \times AC}$$

$$\cos \hat{C} = \frac{10}{11}$$

$\hat{C} \approx 24,6°$

Exercice 5

1) $\vec{AB}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix}9\\3\end{pmatrix}$ $\vec{BC}\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}$

$$\vec{AB}\cdot\vec{BC} = (6)\times(3) + (-3)(6) = 0$$

les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ sont orthogonaux donc les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires et donc le triangle ABC est rectangle en B.

2) Remarque : Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle

Soit $D(x_D ; y_D)$

ABCD parallélogramme $\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{DC}$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1-x_D\\7-y_D\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6 = -1 - x_D \\ -3 = 7 - y_D \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -7 \\ y_D = 10 \end{cases}$$

Conclusion : $D(-7; 10)$

BONUS

5/5

$$\vec{AB} \cdot \vec{AD} = \frac{1}{4}\left(\|\vec{AB}+\vec{AD}\|^2 - \|\vec{AB}-\vec{AD}\|^2\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left(\|\vec{AC}\|^2 - \|\vec{DB}\|^2\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left(144 - 64\right)$$

$$= 20$$