

Exercice 1

1) On peut écrire $f(x) = a(x+1)(x-5)$ car -1 et 5 sont les racines

De plus $f(0) = 5 \Leftrightarrow a(1)(-5) = 5 \Leftrightarrow a = -1$

Finalement $f(x) = -(x+1)(x-5)$

2) En développant, on obtient

$$f(x) = -x^2 + 4x + 5 \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 5 \end{cases}$$

$$f(x) = -(x^2 - 4x - 5)$$

$$f(x) = -((x-2)^2 - 4 - 5)$$

$$\boxed{f(x) = -(x-2)^2 + 9}$$

forme canonique

ceci permet d'obtenir le sommet $S(2; 9)$

4)

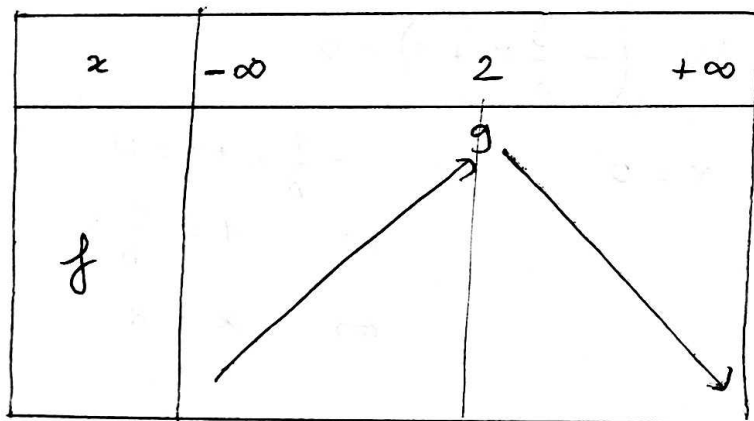


Tableau de variations

Exercice 2

$$1) -2x^2 - 4x + 30 = 0$$

$$\Delta = 256 = (16)^2$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = -5$$

x	$-\infty$	-5	3	$+\infty$
$-2x^2 - 4x + 30$	$-$	\emptyset	\emptyset	$-$

$$S =]-\infty; -5] \cup [3; +\infty[$$

$$2) \text{ On résout } -x^2 + x + 6 = 0$$

$$\text{ puis } x^2 - 3x - 4 = 0$$

x	$-\infty$	-2	-1	3	4	$+\infty$
$-x^2 + x + 6$	$-$	\emptyset	$+$	$+$	\emptyset	$-$
$x^2 - 3x - 4$	$+$	$+$	\emptyset	$-$	$-$	\emptyset
$\frac{-x^2 + x + 6}{x^2 - 3x - 4}$	$-$	\emptyset	$+$	$-$	\emptyset	$+$

$$S =]-2; -1[\cup]3; 4[$$

Exercice 3

$$1) \quad 1^3 + 5 \cdot (1)^2 - 12(1) + 6 = 1 + 5 - 12 + 6 = 0$$

donc 1 est solution de (E)

$$2) \quad (x-1)(x^2+6x-6) = x^3 + 6x^2 - 6x - x^2 - 6x + 6 \quad \text{on développe}$$

$$(x-1)(x^2+6x-6) = x^3 + 5x^2 - 12x + 6$$

$$3) \quad x^3 + 5x^2 - 12x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2+6x-6) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-1=0 \quad \text{ou}$$

$$x=1$$

$$x^2 + 6x - 6 = 0$$

$$\Delta = 60$$

$$x_1 = -3 - \sqrt{15}$$

$$x_2 = -3 + \sqrt{15}$$

$$S = \{-3 - \sqrt{15}; -3 + \sqrt{15}; 1\}$$

4)

x	$-\infty$	$-3 - \sqrt{15}$	$-3 + \sqrt{15}$	1	$+\infty$
$x-1$	-	-	-	0	+
x^2+6x-6	+	0	-	0	+
$(x-1)(x^2+6x-6)$	-	0	+	0	+

$$x^3 + 5x^2 - 12x + 6 < 0$$

$$S =]-\infty; -3 - \sqrt{15}[\cup]-3 + \sqrt{15}; 1[$$

Exercice 4

$$\rightarrow f(x) = 2x(x^2 - 10x + 25) = 2x(x-5)^2$$

$$2) g(x) = -\frac{1}{2}(x-5)(x-2)$$

Exercice 5

$$f(x) = (m-1)x^2 - 2mx + 1 - 3m$$

$$1) m \neq 1 \quad \text{donc} \quad D =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$$

2) si $x = -1$, on a alors

$$f(-1) = (m-1)(-1)^2 - 2m(-1) + 1 - 3m$$

$$f(-1) = m - 1 + 2m + 1 - 3m$$

$$f(-1) = 3m - 3m - 1 + 1$$

$$f(-1) = 0$$

← A cause d'une erreur dans l'énoncé, il n'était pas possible de faire cette question. Tous les élèves ont eu 1 point.

$$3) f(-2) = 0 \quad \Leftrightarrow (m-1)(-2)^2 - 2m(-2) + 1 - 3m = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m - 4 + 4m + 1 - 3m = 0$$

$$\Leftrightarrow 5m = 3$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{3}{5}$$

Avec l'erreur d'énoncé

$$f(-2) = 0 \quad \Leftrightarrow (m-1)(-2)^2 + 2m(-2) + 1 - 3m = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m - 4 - 4m + 1 - 3m = 0$$

$$\Leftrightarrow -3 - 3m = 0$$

$$\Leftrightarrow -3 = 3m$$

$$\Leftrightarrow m = -1$$

Exercice 6

1) (EF) et (BF) sont parallèles. D'après Thalès, on a: (triangles ABH et AEF)

$$\frac{AE}{AH} = \frac{EF}{BF} \Leftrightarrow \frac{x}{8} = \frac{EF}{6} \Leftrightarrow EF = \frac{3}{4}x$$

De même, dans les triangles BHC et BDC , par Thalès

$$\frac{DC}{HC} = \frac{GD}{BH} \Leftrightarrow \frac{DC}{12-8} = \frac{\frac{3}{4}x}{6} \Leftrightarrow DC = \frac{1}{2}x$$

2) $A_{DEFG} = EF \times ED$ Remarque: $ED = AC - AE - DC$

$$A(x) = \frac{3}{4}x \cdot \left(12 - \frac{3}{2}x\right)$$

$ED = 12 - x - \frac{1}{2}x$

$$A(x) = -\frac{9}{8}x^2 + 9x$$

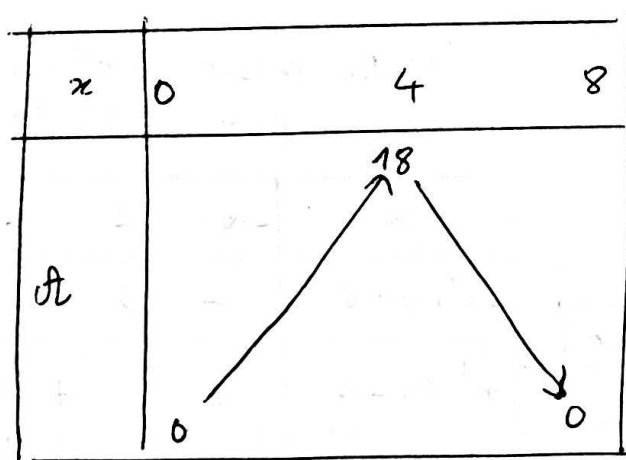
$ED = 12 - \frac{3}{2}x$

3) $A(x) = 0 \Leftrightarrow 9x \left(-\frac{1}{8}x + 1\right) = 0$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad -\frac{1}{8}x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{1}{8}x$$

$$\Leftrightarrow x = 8$$



$$A(4) = -\frac{9}{8} \cdot 16 + 36$$

L'aire maximale est atteinte pour $x = 4$
c'est à dire quand E est le milieu de $[AH]$.