Exercice 1

1) On peut écrire $f(x) = a(x+1)(x-5)$ car -1 et 5 sont les racines

De plus $f(0) = 5 \iff a(1)(-5) = 5 \iff a = -1$

Finalement $f(x) = -(x+1)(x-5)$

2) En développant, on obtient

$f(x) = -x^2 + 4x + 5$ d'où $\begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 5 \end{cases}$

3) $f(x) = -(x^2 - 4x - 5)$

$f(x) = -\left((x-2)^2 - 4 - 5\right)$

$\boxed{f(x) = -(x-2)^2 + 9}$ ceci permet d'obtenir le sommet $S(2; 9)$

forme canonique

4)

x	$-\infty$		2		$+\infty$
f		$\nearrow$	9	$\searrow$	

tableau de variations

Exercice 2

1) $-2x^2 - 4x + 30 = 0$

$\Delta = 256 = (16)^2$

$x_1 = 3$ $x_2 = -5$

x	$-\infty$		-5		3		$+\infty$
$-2x^2-4x+30$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$S =]-\infty; -5] \cup [3; +\infty[$

2) On résout $-x^2 + x + 6 = 0$

puis $x^2 - 3x - 4 = 0$

x	$-\infty$		-2		-1		3		4		$+\infty$
$-x^2+x+6$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	
x^2-3x-4		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{-x^2+x+6}{x^2-3x-4}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

$S =]-2; -1[\cup]3; 4[$

Exercice 3

1) $1^3 + 5\cdot(1)^2 - 12(1) + 6 = 1 + 5 - 12 + 6 = 0$

donc 1 est solution de (E)

2) $(x-1)(x^2+6x-6) = x^3 + 6x^2 - 6x - x^2 - 6x + 6$ ← on développe

$(x-1)(x^2+6x-6) = x^3 + 5x^2 - 12x + 6$

3) $x^3 + 5x^2 - 12x + 6 = 0 \iff (x-1)(x^2+6x-6) = 0$

$\iff x - 1 = 0$ ou $x^2 + 6x - 6 = 0$

$x = 1$

$\Delta = 60$

$x_1 = -3 - \sqrt{15}$

$x_2 = -3 + \sqrt{15}$

$S = \{-3-\sqrt{15} ; -3+\sqrt{15} ; 1\}$

4)

x	$-\infty$	$-3-\sqrt{15}$		$-3+\sqrt{15}$		1	$+\infty$
$x-1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
x^2+6x-6	$+$	0	$-$	0	$+$		$+$
$(x-1)(x^2+6x-6)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$x^3 + 5x^2 - 12x + 6 < 0$

$S =]-\infty ; -3-\sqrt{15}[\cup]-3+\sqrt{15} ; 1[$

Exercice 4

1) $f(x) = 2x(x^2 - 10x + 25) = 2x(x-5)^2$

2) $g(x) = -\frac{1}{2}(x-5)(x-2)$

Exercice 5

$$\boxed{f(x) = (m-1)x^2 - 2mx + 1 - 3m}$$

1) $m \neq 1$ donc $D =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$

2) si $x = -1$, on a alors

$f(-1) = (m-1)(-1)^2 - 2m(-1) + 1 - 3m$

$f(-1) = m - 1 + 2m + 1 - 3m$

$f(-1) = 3m - 3m - 1 + 1$

$f(-1) = 0$

← A cause d'une erreur dans l'énoncé, il n'était pas possible de faire cette question. Tous les élèves ont eu 1 point.

3) $f(-2) = 0 \iff (m-1)(-2)^2 - 2m(-2) + 1 - 3m = 0$

$\iff 4m - 4 + 4m + 1 - 3m = 0$

$\iff 5m = 3$

$\iff m = \frac{3}{5}$

Avec l'erreur d'énoncé

$f(-2) = 0 \iff (m-1)(-2)^2 + 2m(-2) + 1 - 3m = 0$

$\iff 4m - 4 - 4m + 1 - 3m = 0$

$\iff -3 - 3m = 0$

$\iff -3 = 3m$

$\iff m = -1$

$\iff$

Exercice 6

1) (EF) et (BF) sont parallèles. D'après Thalès, on a : (triangles ABH et AEF)

$$\frac{AE}{AH} = \frac{EF}{BF} \iff \frac{x}{8} = \frac{EF}{6} \iff EF = \frac{3}{4}x$$

De même, dans les triangles BHC et BDC, par Thalès

$$\frac{DC}{HC} = \frac{GD}{BH} \iff \frac{DC}{12-8} = \frac{\frac{3}{4}x}{6} \iff DC = \frac{1}{2}x$$

2) $\mathcal{A}_{DEFG} = EF \times ED$

Remarque : $ED = AC - AE - D$

$ED = 12 - x - \frac{1}{2}x$

$ED = 12 - \frac{3}{2}x$

$\mathcal{A}(x) = \frac{3}{4}x \cdot \left(12 - \frac{3}{2}x\right)$

$\mathcal{A}(x) = -\frac{9}{8}x^2 + 9x$

3) $\mathcal{A}(x) = 0 \iff 9x\left(-\frac{1}{8}x + 1\right) = 0$

$\iff x = 0$ ou $-\frac{1}{8}x + 1 = 0$

$\iff 1 = \frac{1}{8}x$

$\iff x = 8$

x	0		4		8
$\mathcal{A}$	0	$\nearrow$	18	$\searrow$	0

$\mathcal{A}(4) = -\frac{9}{8} \cdot 16 + 36$

L'aire maximale est atteinte pour $x = 4$
c'est à dire quand E est le milieu de $\boxed{AH}$.