

1 Nombres

1.1 Les nombres entiers naturels

L'ensemble des nombres entiers naturels est noté \mathbb{N}
 $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$

1.2 Les nombres entiers relatifs

L'ensemble des nombres entiers relatifs est noté \mathbb{Z}
 $\mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$

1.3 Les nombres décimaux

Définition : L'ensemble des nombre décimaux est noté \mathbb{D} .
 Un nombre décimal est un nombre qui s'écrit $\frac{a}{10^n}$ où a est un nombre entier relatif et n un nombre entier naturel.

Exemple : $3.456 = \frac{3456}{1000}$ donc $3.456 \in \mathbb{D}$

1.4 Les nombres rationnels

Définition : L'ensemble des nombre rationnels est noté \mathbb{Q} .
 Un nombre rationnel est un nombre qui s'écrit $\frac{p}{q}$ où p est un nombre entier relatif et q un nombre entier naturel non nul.

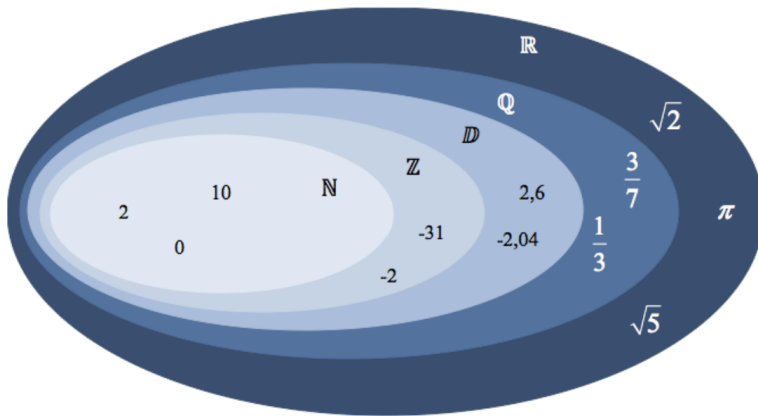
Exemple : $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$

1.5 Les nombres réels

L'ensemble des nombres réels est noté \mathbb{R} . Il contient des nombres qui ne sont pas rationnels comme $\sqrt{2}$ ou π .

1.6 schéma récapitulatif

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



2 Intervalles

2.1 Définition

| L'intervalle noté ... | est l'ensemble des réels x tels que ... | Représentation de cet intervalle sur une droite graduée |
|-----------------------|-------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| $[a ; b]$ | $a \leq x \leq b$ | |
| $]a ; b[$ | $a < x < b$ | |
| $]a ; b]$ | $a < x \leq b$ | |
| $[a ; b[$ | $a \leq x < b$ | |
| $[a ; +\infty[$ | $a \leq x$ | |
| $]a ; +\infty[$ | $a < x$ | |
| $] -\infty ; b]$ | $x \leq b$ | |
| $] -\infty ; b[$ | $x < b$ | |

2.2 Vocabulaire

$[a; b]$, $[a; b[$, $]a; b]$ et $]a; b[$ sont des intervalles d'extrémités (ou de bornes) a et b .

Le centre de l'intervalle est $\frac{a+b}{2}$

Son amplitude est $b - a$

2.3 Remarques

$-\infty$ "moins l'infini" et $+\infty$ "plus l'infini" ne sont pas des nombres, ce sont des symboles.

L'ensemble des nombres réels \mathbb{R} se note aussi $] -\infty ; +\infty[$

2.4 Réunion, intersection

Définition : L'intersection de deux intervalles est l'ensemble des nombres réels appartenant à la fois aux deux intervalles.
 \cap est le symbole d'intersection

La réunion de deux intervalles est l'ensemble des nombres réels appartenant à l'un ou l'autre de ces deux intervalles.
 \cup est le symbole d'union.

Exemples :

$$[3; 6] \cap [5; 9] = [5; 6]$$

$$[3; 6] \cup [5; 9] = [3; 9]$$

$$]-\infty; 1[\cap [-1; +\infty[= [-1; 1[$$

$$]-\infty; 1[\cup [-1; +\infty[=]-\infty; +\infty[$$

Remarques :

a) Une intersection peut être vide et ne contenir aucun élément $[1; 3] \cap [5; +\infty[= \emptyset$
 \emptyset est le symbole de l'ensemble vide.

b) $[1; 7] \cap [7; 13] = \{7\}$

L'intersection contient un seul élément appelé singleton

c) Le crochet est toujours ouvert du côté $-\infty$ ou $+\infty$

3 Valeur absolue

3.1 Définition

Définition : La valeur absolue d'un nombre notée $|x|$ est définie comme suit :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Exemples : $|-8| = 8$

$$|3.5| = 3.5$$

3.2 Propriétés

(i) $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

(ii) $|-x| = |x|$

(iii) $|x| = |y| \Leftrightarrow x = y$ ou $x = -y$

3.3 Distance entre deux réels

Définition : La distance entre deux réels x et y s'écrit $|x - y|$

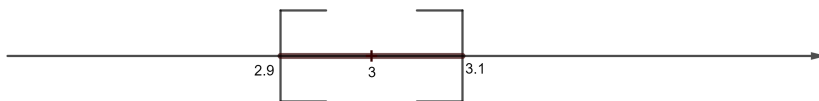
3.4 Inégalité $|x - a| \leq r$

Propriété : Soit a un réel et r un réel strictement positif.

$$|x - a| \leq r \Leftrightarrow x \in [a - r; a + r]$$

Exemple : $|x - 3| \leq 0.1$

Cette inégalité est équivalente à $x \in [2.9; 3.1]$



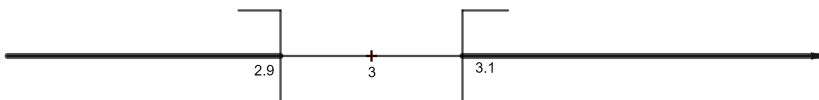
3.5 Inégalité $|x - a| \geq r$

Propriété : Soit a un réel et r un réel strictement positif.

$$|x - a| \leq r \Leftrightarrow x \in [a - r; a + r]$$

Exemple : $|x - 3| \geq 0.1$

Cette inégalité est équivalente à $x \in]-\infty; 2.9] \cup [3.1; +\infty[$



3.6 Equation $|x - a| = b$

Exemple : $|x - 3| = 5$

$$\Leftrightarrow (x - 3) = 5 \text{ ou } (x - 3) = -5$$

$$\Leftrightarrow x = 8 \text{ ou } x = -2$$

Les solutions de cette équation sont -2 et 8. Ce qui se note : $S = \{-2; 8\}$

Interprétation graphique : Résoudre cette équation, c'est chercher les nombres x qui sont situés à la distance 5 du nombre 3

