

La fonction exponentielle

1 Les fonctions exponentielles de base q

1.1 fonctions exponentielles $x \mapsto q^x$ avec $q > 0$

Soit $q > 0$. la suite (q^n) est une suite géométrique de raison q . La fonction exponentielle de base q est le prolongement de cette suite.

Soit q un réel strictement positif.

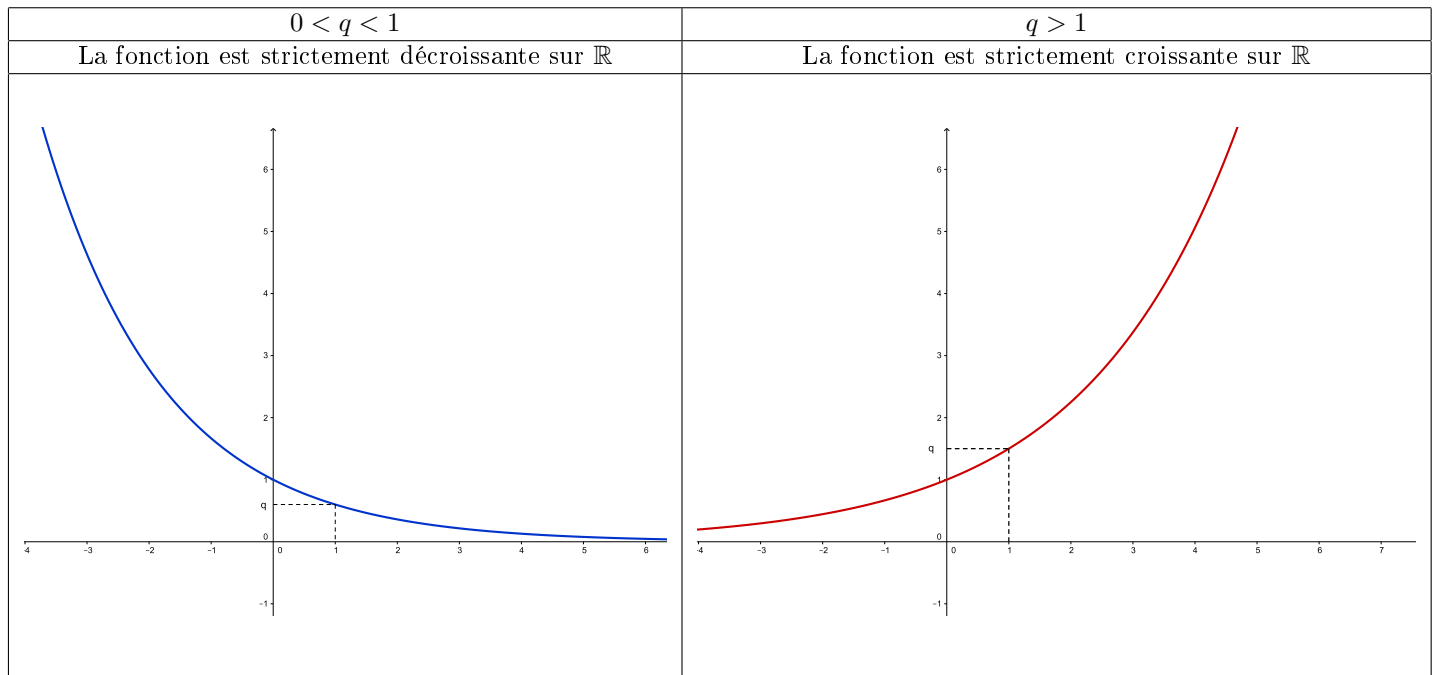
La fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = q^x$ s'appelle la fonction exponentielle de base q .

On admet que cette fonction est dérivable sur \mathbb{R} .

Exemple :

La fonction f définie par $f(x) = 0.7^x$ est la fonction exponentielle de base 0.7.

1.2 propriétés



Remarque : si $q = 1$, la fonction $x \mapsto q^x$ est constante sur \mathbb{R}

1.3 Propriétés

La fonction exponentielle de base q transforme les produits en somme.

$$q^{x+y} = q^x \times q^y$$

Conséquences :

(i) $q^{-x} = \frac{1}{q^x}$

(ii) $q^{x-y} = \frac{q^x}{q^y}$

(iii) $q^x > 0$

(iv) $(q^x)^m = q^{mx}$

2 La fonction exponentielle

Parmi toutes les fonctions exponentielles de base q , il existe une seule fonction dont le nombre dérivé en 0 est 1. Cette valeur particulière du réel q est notée e .

Le nombre e est un irrationnel de valeur approchée $e \simeq 2.71828$

2.1 Définition

La fonction $x \mapsto e^x$ s'appelle la fonction exponentielle de base e ou plus simplement la fonction exponentielle.

On la note : \exp

$\exp : x \mapsto e^x$

2.2 Dérivée

La fonction exponentielle est dérivable sur \mathbb{R}

$$(e^x)' = e^x$$

2.3 Variations

La fonction exponentielle est strictement croissante sur \mathbb{R}

2.4 Courbe représentative

2.4.1 limites

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

2.4.2 tangentes

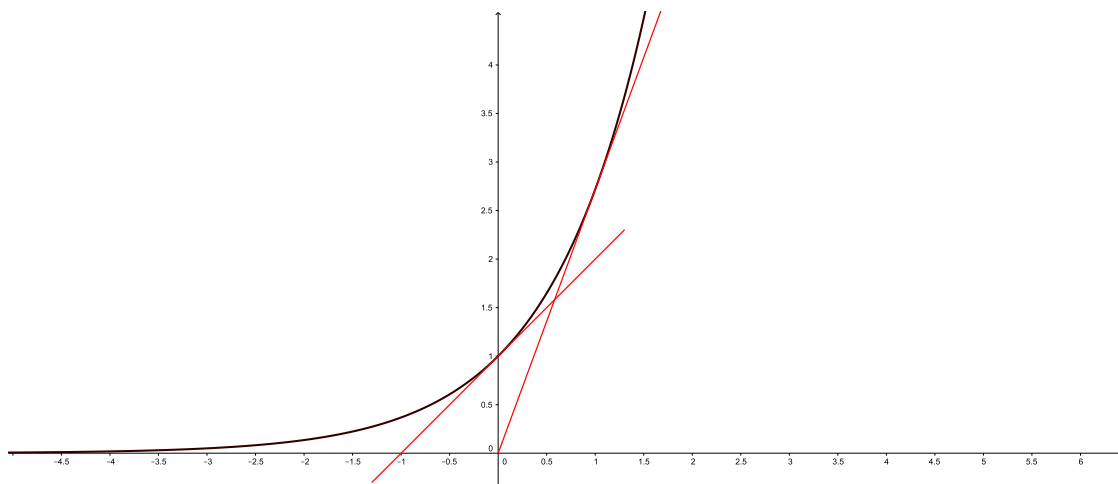
Equation de la tangente au point d'abscisse 0

$$(T_0) : y = x + 1$$

Equation de la tangente au point d'abscisse 1

$$(T_1) : y = ex$$

2.4.3 courbe



3 Exponentielle d'une fonction

Théorème : Soit u une fonction définie et dérivable sur un intervalle I . La fonction e^u est dérivable sur I et on a :

$$(e^u)' = (e^u) \times u'$$