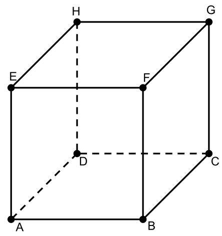
Droites et plans de l'espace (géométrie 0)

1 Relations entre droites et plans

1.1 Relations entre deux droites

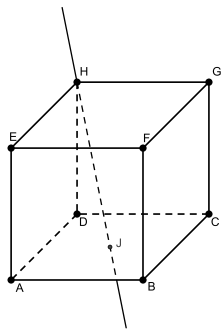
Propriété : Deux droites dans l'espace peuvent être
* coplanaires : si ces deux droites appartiennent à un même plan.
* sécantes : si ces deux droites se coupent en un point.
* parallèles : si ces deux droites sont coplanaires et n'ont aucun point commun ou si ces deux droites sont confondues.
* non coplanaires



Conclusion : Deux droites peuvent être parallèles, sécantes ou non coplanaires.

1.2 Relations entre une droite et un plan

Propriété : Une droite et un plan peuvent être :
* parallèles : si la droite et le plan n'ont aucun point commun ou si la droite est contenue dans le plan
* sécantes : si la droite et le plan ont un seul point commun.



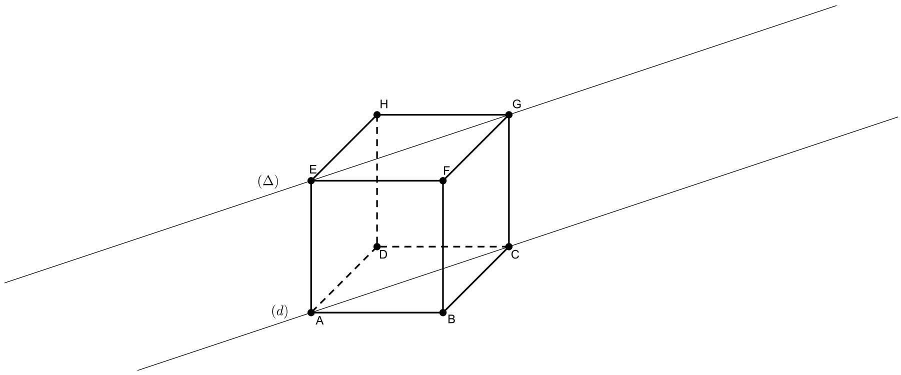
1.3 Relations entre deux plans

Propriété : Deux plans peuvent être :
* parallèles : si les deux plans n'ont aucun point commun ou si les deux plans sont confondus
* sécants : si les deux plans ont une droite en commun.

2 Le parallélisme

2.1 parallélisme d'une droite et d'un plan

Théorème :
Si une droite (d) est parallèle à une droite Δ contenue dans un plan $\mathscr{P}$, alors (d) est parallèle à $\mathscr{P}$.



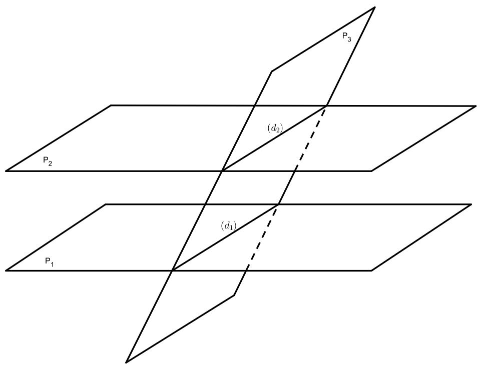
Théorème :
Si un plan $\mathscr{P}_1$ contient deux droites sécantes (d_1) et (d_2) parallèles à un plan $\mathscr{P}_2$, alors les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont parallèles.

Théorème :
Si une droite (d) est parallèle à deux plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sécants en une droite Δ, alors (d) et Δ sont parallèles.

Théorème (du toit)
Soient (d_1) et (d_2) deux droites parallèles contenues respectivement dans les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$. Si ces deux plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont sécants en une droite Δ, alors la droite Δ est parallèle à (d_1) et (d_2)

2.2 parallélisme de deux plans

Théorème :
Si deux plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont parallèles, alors tout plan sécant à l'un est sécant à l'autre et les droites d'intersection (d_1) et (d_2) sont parallèles.



3 orthogonalié

3.1 droites orthogonales

Définition : Deux droites (d_1) et (d_2) sont orthogonales si et seulement si il existe une droite Δ parallèle à (d_1) qui est perpendiculaire à (d_2).
NB : On écrira indistinctement pour deux droites orthogonales ou perpendiculaires $(d_1) \perp (d_2)$

Remarque : Dans l'espace on fait une différence entre orthogonale et perpendiculaire

Théorème : Si deux droites sont parallèles, alors toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre.

3.2 orthogonalité entre une droite et un plan

Définition :
Une droite (d) est perpendiculaire (ou orthogonale) à un plan $\mathscr{P}$, si et seulement si il existe deux droites sécantes de $\mathscr{P}$ perpendiculaires à (d).

Théorème :
Si une droite (d) est perpendiculaire en I à un plan $\mathscr{P}$, alors toute droite de $\mathscr{P}$ passant par I est perpendiculaire à (d).