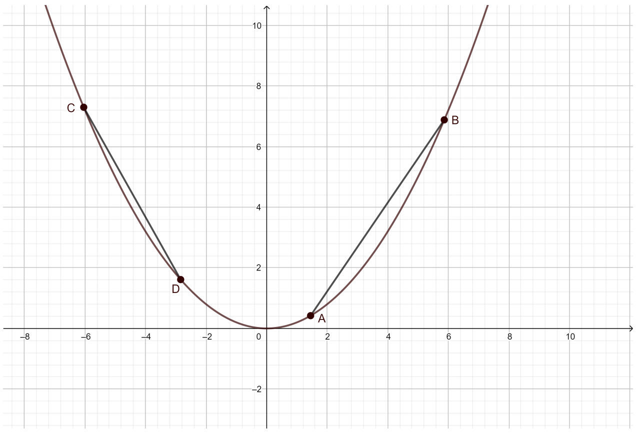
1 Taux de variation

f est une fonction définie sur un intervalle I. $a \in I$ et $b \in I$

Définition : Le nombre $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ est le taux de variation entre a et b.

Vocabulaire : On dit aussi : pente ou coefficient directeur de la droite (AB).

Propriétés : $a < b$ Si f est une croissante sur I, alors le taux de variation entre a et b est positif Si f est une décroissante sur I, alors le taux de variation entre a et b est négatif



2 Nombre dérivé

2.1 Limite en zéro d'une fonction

Exemple 1 : Soit f définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ par $f(x) = 2 - \sqrt{x}$

x	0.1	0.01	0.001	...
$f(x)$				

Définition : On dit que $f(x)$ a pour limite L lorsque x tend vers 0 si les valeurs de $f(x)$ peuvent être aussi proches de L que l'on veut pourvu que x soit suffisament proche de 0. On note $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = L$

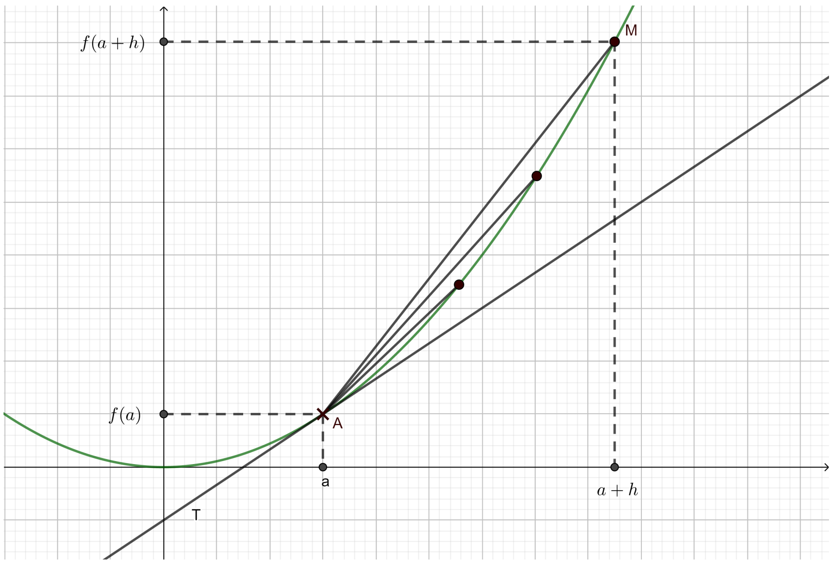
Exemple 2 : Soit g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \dfrac{1}{x}$

x	10^{-6}	0.01	0.1	0.5	1
$g(x)$					

2.2 Dérivabilité

2.2.1 fonction dérivable en a

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Soit a un réel appartenant à I. Soit A et M deux points de la courbe représentative de f d'abscisses respectives a et a+h avec $h \neq 0$.
Le coefficient directeur de la droite (AM), appelé aussi taux d'accroissement est le nombre $t(h) = \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$
Lorsque le point M se raproche du point A, le coefficient directeur de la droite (AM) est égal à la limite de $t(h)$ lorsque h tend vers 0.
Ce coefficient directeur s'appelle le nombre dérivé de f en a.



Quand h tend vers 0, le point M se rapproche du point A.
Les droites (AM) se rapprochent d'une position limite qui est la droite T appelée tangente de la courbe au point A.

Définition :
On dit que la fonction f est dérivable en a s'il existe un nombre réel L, tel que $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h} = L$

L est appelé le nombre dérivé de f en a.
On note $L = f'(a)$

Exemple : La fonction carrée est-elle dérivable en 3 ?

$$\frac{f(3+h)-f(3)}{h} = \frac{(3+h)^2-(3)^2}{h} = \frac{9+6h+h^2-9}{h} = \frac{6h+h^2}{h} = 6+h$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h} = \lim_{h \to 0}(6+h) = 6$$

Donc, la fonction $x \mapsto x^2$ est dérivable en 3.

Le nombre dérivée en 3 est 6, on note : $f'(3) = 6$

2.3 Tangente à une courbe

Soit une fonction f définie sur un intervalle I et dérivable en un nombre réel a de I.
$f'(a)$ est le nombre dérivé de f en a.
A est un point d'abscisse a appartenant à la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de f.

Définition :
La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A est la droite passant par $A(a; f(a))$ et de coefficient directeur le nombre dérivé $f'(a)$.

Propriété : L'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ en A est : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$