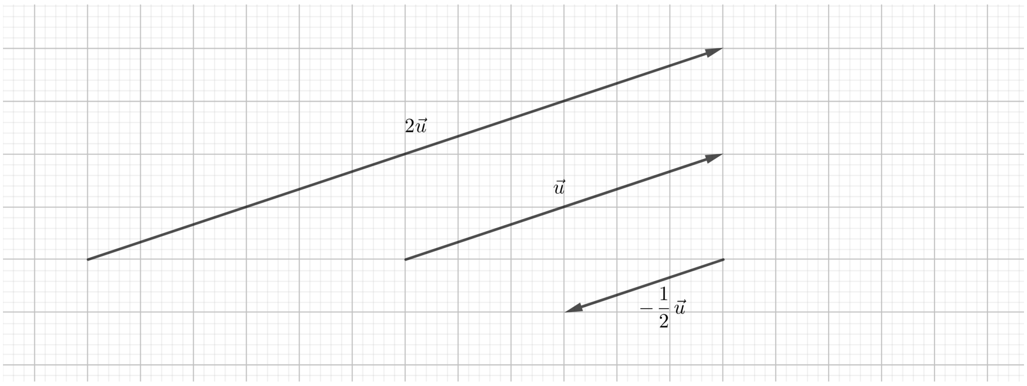
1 Colinéarité

1.1 Produit d'un vecteur par un réel

Définition 1 : Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ un vecteur et λ un réel.Les coordonnées de $\lambda\vec{u}$ sont $\begin{pmatrix}\lambda x\\\lambda y\end{pmatrix}$ et de plus

- si $\lambda > 0$, alors $\vec{u}$ et $\lambda\vec{u}$ sont de mème direction et de même sens.
- si $\lambda > 0$ alors $\vec{u}$ et $\lambda\vec{u}$ sont de mème direction etde sens contraire.
- si $\lambda = 0$, alors $\lambda\vec{u}$ est le vecteur nul.



1.2 Colinéarité de deux vecteurs

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires s'il existe un réel λ non nul tel que $\vec{u} = \lambda\vec{v}$

Propriété : Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulemnt si leurs coordonnées sont proportionnelles.

Exemple : $\vec{u} = \begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix}-6\\-15\end{pmatrix}$

$\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires car $\vec{w} = -3\vec{u}$ ou bien $\vec{u} = -\dfrac{1}{3}\vec{w}$

1.3 Déterminant de deux vecteurs

Définition : Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix}a'\\b'\end{pmatrix}$ deux vecteurs.
Le déterminant de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est noté $det(\vec{u},\vec{v})$ est définit somme suit

$det(\vec{u},\vec{v}) = ab' - b'a$

Proppriété : Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

Exemple : $\vec{u} = \begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix}-6\\-15\end{pmatrix}$

$det(\vec{u},\vec{v}) = (2)(-15) - (5)(-6) = 0$ donc $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires.

1.4 Parallélisme

Propriété : Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

1.5 Alignement

Propriété : Soit A,B et C trois points distincts deux à deux.
Les points A,B et C sont alignés si et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

Propriété : L'aire du parallélogramme ABCD est donnée par la formule suivante :
$A_{ABCD} = \mid det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} \mid$

2 Orthogonalité

2.1 Relations trigonométrique dans un triangle

Propriété : Dans un triangle rectangle où α est un angle aigu, on a :

$\cos\alpha = \frac{adjacent}{hypotnuse}$

$\sin\alpha = \frac{oppose}{hypotnuse}$

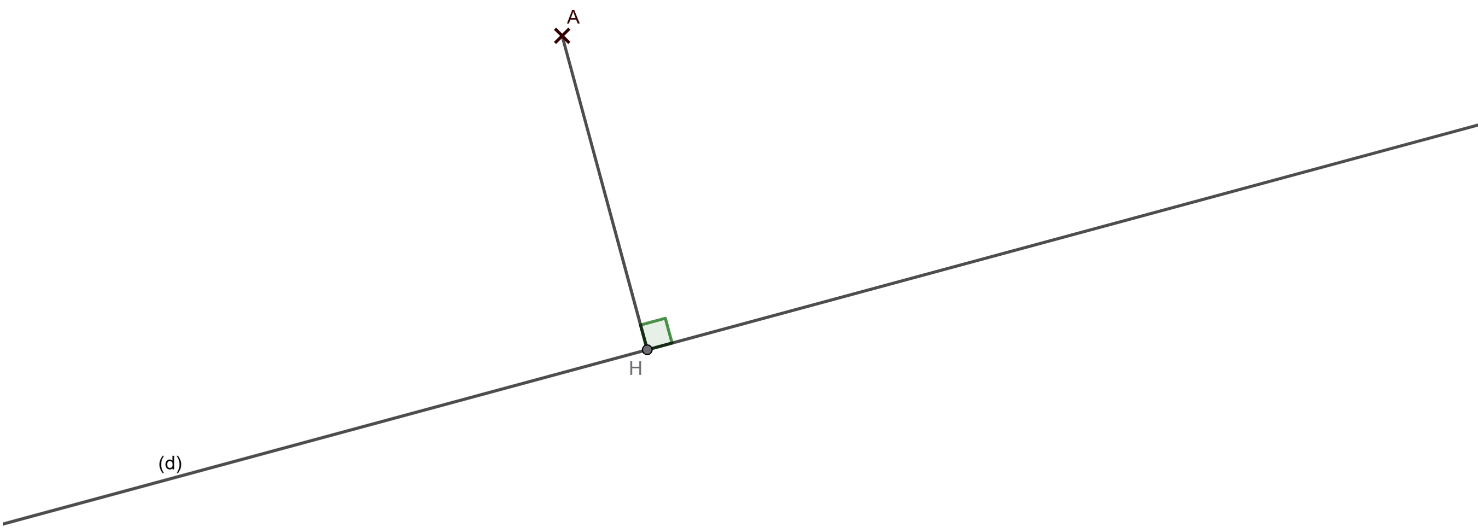
$\tan\alpha = \frac{oppose}{adjacent}$

Propriétés : Dans un triangle rectangle où α est un angle aigu, on a :

. $(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = 1$
. $-1 \leq \cos\alpha \leq 1$
. $-1 \leq \sin\alpha \leq 1$

2.2 Projeté orthogonal sur une droite

Définition : Soit un point A et une droite (d).
Le projeté orthogonal de A sur (d) est le point H de (d) tel que $(AH) \perp (d)$



Propriété : Le projeté orthogonal H du point A sur la droite (d) est le point de la droite le plus proche de A.
Cette distance AH est par définition la distance du point A à la droite (d)