

1 Fonction valeur absolue

1.1 Définitions

Définition : Pour tout nombre réel x , on note $|x|$ la valeur absolue de x et on la définit comme suit :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Remarque : pour tout x réel, $|x| \geq 0$

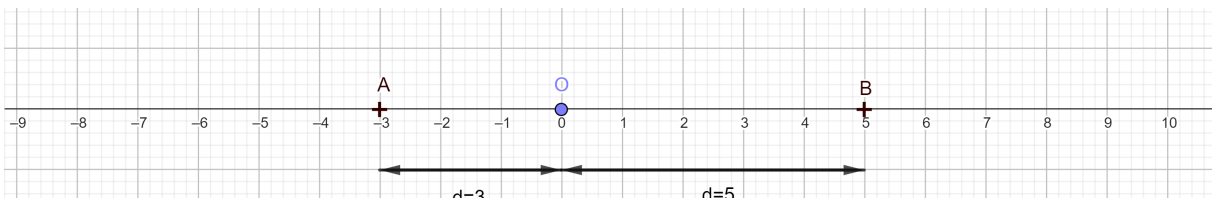
Exemples : $|-3| = 3$, $|5| = 5$, $|0| = 0$

Définition : Soit a et b deux nombres réels

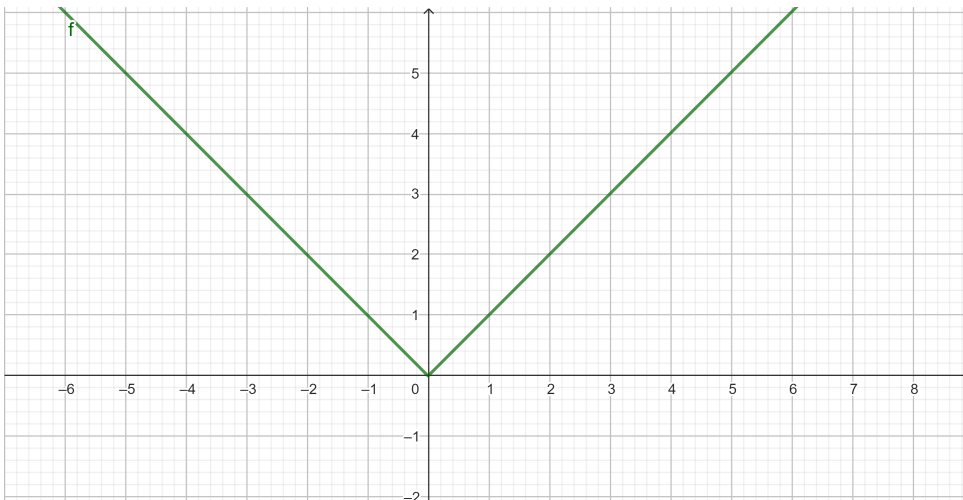
$|a - b|$ représente la distance entre a et b

1.2 Interprétation géométrique

Caractérisation : La valeur absolue d'un nombre réel représente sa distance à zéro.



1.3 Représentation graphique de la fonction valeur absolue



2 Intervalles, Equation, Inéquation

2.1 Equation

Exemple 1 : Résoudre l'équation $|x| = 7$

$$x = -7$$

ou

$$x = 7$$

$$S = \{-7; 7\}$$

Exemple 2 : Résoudre l'équation $|2x + 3| = 5$

$$2x + 3 = -5$$

ou

$$2x + 3 = 5$$

$$2x = -8$$

ou

$$2x = 2$$

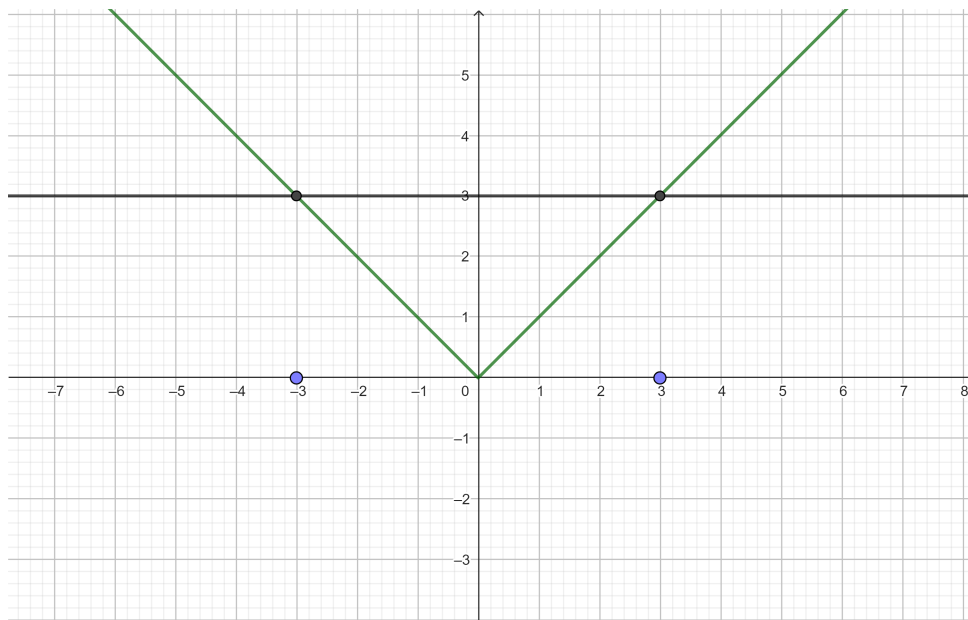
$$x = -4$$

ou

$$x = 1$$

$$S = \{-4; 1\}$$

2.2 Inéquation



Résoudre l'inéquation $|x| \leq 3$

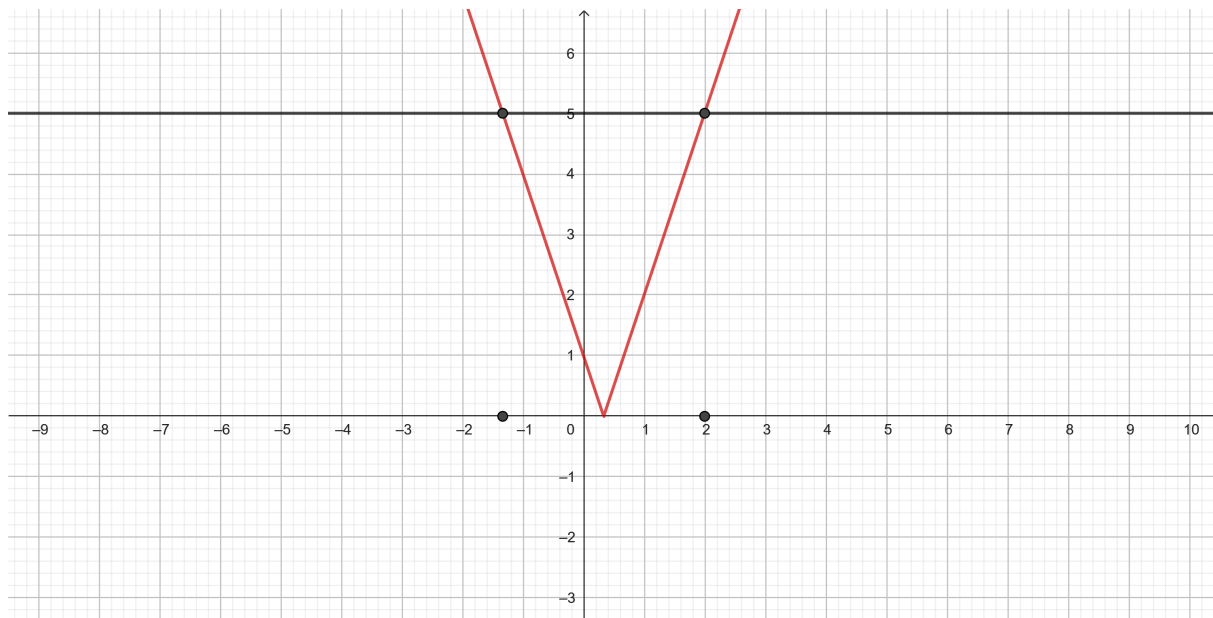
$$-3 \leq x \leq 3$$

$$S = [-3; 3]$$

Résoudre l'inéquation $|x| > 3$

$$x < -3 \text{ ou } x > 3$$

$$S =]-\infty; -3[\cup]3; +\infty[$$



Résoudre l'inéquation $|3x - 1| \leq 5$

$$-5 \leq 3x - 1 \leq 5$$

$$-\frac{4}{3} \leq x \leq 2$$

$$S = [-\frac{4}{3}; 2]$$

Résoudre l'inéquation $|3x - 1| > 5$

$$3x - 1 < -5 \text{ ou } 3x - 1 > 5$$

$$x < -\frac{4}{3} \text{ ou } x > 2$$

$$S =]-\infty; -\frac{4}{3}[\cup]2; +\infty[$$

2.3 Intervalle et valeur absolue

$$x \in [3; 7] \Leftrightarrow |x - 5| \leq 2$$

traduction en français : La distance entre x et 5 est inférieure à 2.

$$x \in]-\infty; -1[\cup]3; +\infty[\Leftrightarrow |x - 1| > 2$$

La distance entre x et 1 est strictement supérieure à 2.