1 Répétition d'expériences indépendantes

Propriété :Lorsqu'on répète n fois de façon indépendante une expérience aléatoire dont les issues A_1,A_2,...,A_n ont pour probailité $P(A_1)$,$P(A_2)$,...,$P(A_n)$ alors la probabilité d'obtenir la suite des issues $(A_1, A_2, ..., A_n)$ est égale aux produit $P(A_1) \times P(A_2) \times ... \times P(A_n)$

2 Loi de bernoulli

Définition :
Une épreuve de Bernoulli est une expérience aléatoire a deux issues que l'on peut noter "succès" ou "échec"
Dans une loi de Bernoulli de paramètre p (où $0 < p < 1$)
La probabilité de succès est p
La probabilité d'échec est $1 - p$

Exemple : On lance un dé cubique à 6 faces
succès :"obtenir un 6"
échec :"ne pas obtenir un 6"
Ici on a une loi de Bernoulli de paramètre $\frac{1}{6}$

Par convention, on définit une variable aléatoire X qui associe succès à 1 et échec à 0.
Ce qui donne la loi de probabilité suivante :

x_i	0	1
$P(X = x_i)$	$1 - p$	p

Propriété : Soit X une variable aléatoire qui suit une loi de Bernoulli de paramètre p.
$E(X) = p$ $\qquad V(X) = p(1 - p)$

3 Loi Binomiale

3.1 Schéma de Bernoulli

Un schéma de Bernoulli est la répétition de n épreuves de Bernoulli identiques (probabilité de succès est p) et indépendantes

3.2 Loi Binomiale

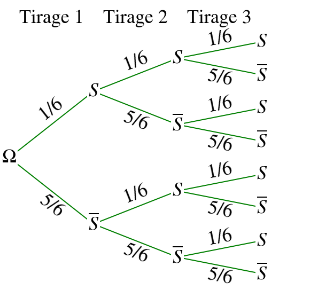
Définition : Dans un schéma de Bernoulli à n épreuves, la variable aléatoire X qui compte le nombre de succès suit une loi Binomiale de paramètres (n,p).
Notation : $X \hookrightarrow \mathscr{B}(n; p)$

Propriété : La loi de probabilité d'une loi binomiale est donnée par la formule qui suit :
$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$
n : nombre d'épreuves
k : nombre de succès
p : probabilité de succès

Propriété : Soit X une variable aléatoire qui suit une loi Binomiale de paramètres (n,p).
$E(X) = np$ $\qquad V(X) = np(1 - p)$

3.3 Exemple

En lançant trois fois un dé, on réalise un schéma de Bernoulli.
On cherche la probabilité d'avoir obtenu deux six à l'issu des trois lancers.



$$P(X=2)=\binom{3}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^{2}\left(\frac{5}{6}\right)^{1}$$

3.4 Calculatrice

3.4.1 Première façon

On écrit explicitement la formule $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

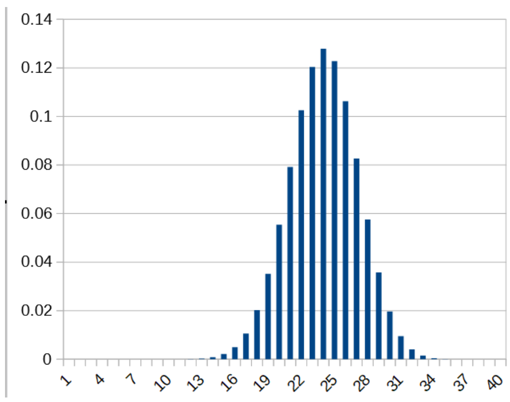
3.4.2 Deuxième façon

On utilise la distribution Binomiale, avec en entrée, les trois paramètres : n,k,p

3.5 Intervalle de fluctuation

On fait l'hypothèse que 60% des électeurs ont voté pour le candidat A.
A la sortie des urnes, on interroge 40 personnes.
X est la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes qui ont voté pour le candidat A.
Déterminer les réels a et b tels que $P(a \leq X \leq b) \geq 0.95$

	A	B	C	D	E	F	G
1	k	proba	proba cumulée		k	proba	proba cumulée
2	0	1.15292E-12	1.1529215E-12		15	0.07831221	0.175369053507
3	1	5.18815E-11	5.3034389E-11		16	0.110126545	0.285495598378
4	2	1.12842E-09	1.1814563E-09		17	0.136038673	0.421534271454
5	3	1.57979E-08	1.6979363E-08		18	0.147375229	0.56890950062
6	4	1.59954E-07	1.7693317E-07		19	0.139618638	0.708528138777
7	5	1.24764E-06	1.4245729E-06		20	0.115185376	0.823713515256
8	6	7.79775E-06	9.222321E-06		21	0.082275269	0.90598878417
9	7	4.01027E-05	4.9325026E-05		22	0.050487097	0.956475881003
10	8	0.000172943	0.00022226794		23	0.026341094	0.982816975004
11	9	0.000634124	0.00085639196		24	0.011524229	0.994341203629
12	10	0.001997491	0.00285388261		25	0.004148722	0.998489925934
13	11	0.005447702	0.00830158439		26	0.001196747	0.999686672752
14	12	0.012938292	0.02123987611		27	0.000265944	0.99995261649
15	13	0.026871837	0.04811171277		28	4.2741E-05	0.999995357448
16	14	0.048945131	0.09705684382		29	4.42148E-06	0.999999778926
17					30	2.21074E-07	1



On cherche a le plus petit possible tel que $P(X \leq a) \geq 0.025$
On cherche b le plus petit possible tel que $P(X \leq b) \geq 0.975$

On obtient $a=13$ et $b=30$ et $\frac{13}{40}=0.325$ et $\frac{30}{40}=0.75$

Pour un échantillon de 40 personnes, il y a au moins 95% de chances qu'il y ait entre 32.5% et 75% des électeurs qui votent pour le candidat A.
L'intervalle $[0.325; 0.75]$ est l'intervalle de fluctuation au seuil de 95%.